2005 年度冬学期 振動波動論 解答例

第 1 問

1.

自然長は L 、図 1 のようにおもりを y だけずらしたときのばねの長さは $\sqrt{y^2 + L'^2}$ なので、ばねがおもりに与える力の大きさは

$$k\{\sqrt{y^2 + L'^2} - L\} \dots (\text{答})$$

2.

1. で求めた力を x 成分、 y 成分分けると

$$x \text{ 成分} \quad -k\{\sqrt{y^2 + L'^2} - L\} \frac{L'}{\sqrt{y^2 + L'^2}} \dots (\text{答})$$

$$y \text{ 成分} \quad -k\{\sqrt{y^2 + L'^2} - L\} \frac{y}{\sqrt{y^2 + L'^2}} \dots (\text{答})$$

3.

右側のばねに関しても同様の考察をすることによって求められる。したがって合力は

$$x \text{ 成分} \quad 0 \dots (\text{答})$$

$$y \text{ 成分} \quad -2k\{\sqrt{y^2 + L'^2} - L\} \frac{y}{\sqrt{y^2 + L'^2}} \dots (\text{答})$$

4.

3. より、おもりの運動は y 方向のみなので y 方向について運動方程式をたてる。

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -2k\{\sqrt{y^2 + L'^2} - L\} \frac{y}{\sqrt{y^2 + L'^2}} \dots (\text{答})$$

5.

4. より

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -2ky \left(1 - \frac{L}{\sqrt{y^2 + L'^2}} \right)$$

$$\begin{aligned} &= -2ky \left(1 - \frac{L}{L'} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{y^2}{L'^2}}} \right) \\ &\approx -2ky \left(1 - \frac{L}{L'} \right) \end{aligned}$$

となり、周期 T は

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m} \left(1 - \frac{L}{L'} \right)}$$

とすれば、

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k} \frac{L'}{L' - L}} \dots (\text{答})$$