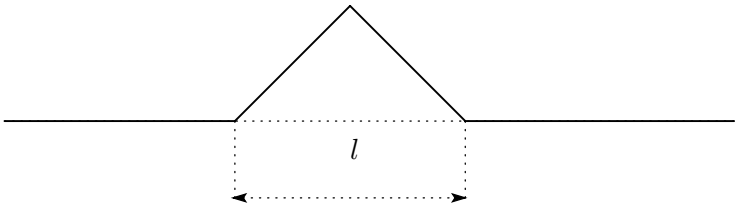
振動・波動論　演習問題（波動編）（担当：加藤雄介）　2004.12.21

第 1 問 図のような初期波形と初速度ゼロの初期条件を満たす波動方程式

$$\frac{\partial f^2}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial f^2}{\partial x^2}$$

の解について考える。境界条件は $f(x \to \pm\infty, t) = 0$ とする。



(1). $f(x,t) = F(x - vt) + G(x + vt)$ と書いたとき、$F(x)$ や $G(x)$ の形を初期波形と同じグラフに図示せよ。

(2). $\tau = \frac{l}{v}$ とおき、

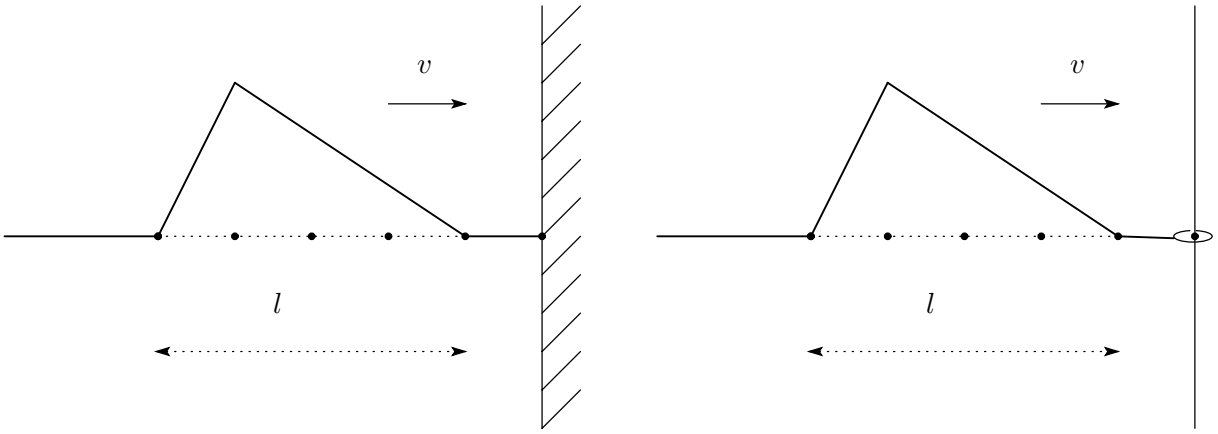
$$t = \frac{\tau}{4}, \quad \frac{\tau}{2}, \quad \frac{3\tau}{4}, \quad \tau$$

の各時刻における波形 $f(x,t)$ を図示せよ。

第 2 問 $t = 0$ における波形が図のような波が (1) 固定端に入射した場合 (2) 自由端に入射した場合の波形を $\tau = \frac{l}{v}$ とおき、

$$t = \frac{\tau}{4}, \quad \frac{\tau}{2}, \quad \frac{3\tau}{4}, \quad \tau$$

の場合に描け。



第 3 問 図のように、軽い弦に重い弦がつながれているとする。軽い弦の側から重い弦に向って速さ v_1 で進む進行波がある。両方の弦で張力は等しく、単位長さあたりの質量は軽い弦で ρ_1、重い弦で ρ_2 である。以下の問に答えよ。

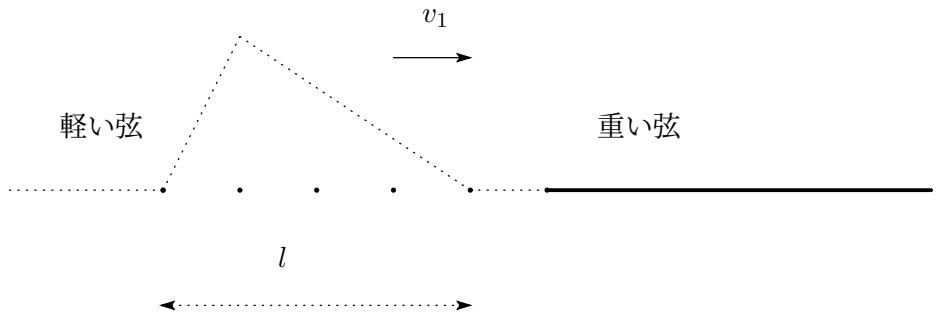
(1). 重い弦上の進行波の速さを ρ_1, ρ_2, v_1 を用いて表せ。

(2). 入射波の振幅と透過波の振幅の比を求めよ。

(3). $\rho_2/\rho_1 = 4$ のとき、図の時点から

$$t = \frac{\tau}{4}, \quad \frac{\tau}{2}, \quad \frac{3\tau}{4}, \quad \tau, \quad (\tau = l/v_1)$$

経った時点における波形をグラフに図示せよ。



第 4 問 両端を固定して張力 T で張られた, 長さ l, 質量線密度 ρ の弦がある。

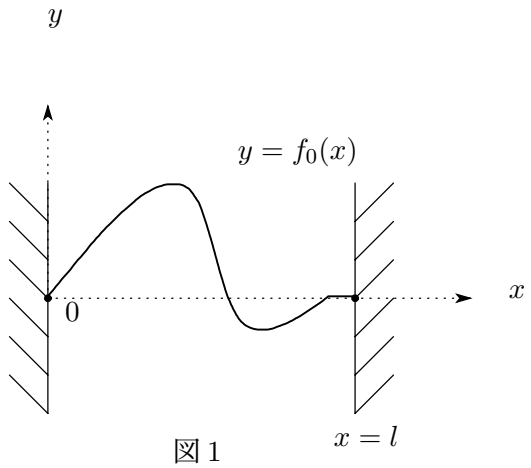


図 1

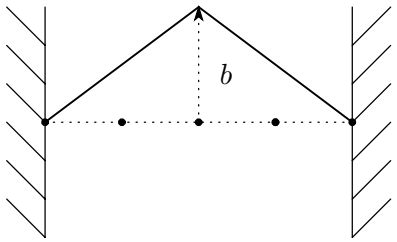


図 2

(1). この弦を図 1 のように曲線 $y = f_0(x)$ $(0 < x < l)$ の形に変形し、時刻 $t = 0$ で静かに (初速度ゼロで) 離した。時刻 t における弦の変位 $y = f(x,t)$ は

$$f(x,t) = \frac{1}{2}\left(F(x - vt) + F(x + vt)\right), \quad v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

と書けることを示し、$f_0(x)$ と $F(x)$ の関係について述べよ。

(2). 初期波形 $y = f_0(x)$ が図 2 のような形のとき, $\tau = \frac{l}{v}$ とおき、時刻

$$t = \frac{\tau}{4}, \quad \frac{\tau}{2}, \quad \frac{3\tau}{4}, \quad \tau$$

における弦の形を図で示せ。

(3). 基準振動を求めよ。固有振動数の小さい方から数えて 3 番目までの基準振動についてその概形を図示せよ。

(4). 時刻 t における弦の形 $f(x,t)$ を基準振動の重ね合わせで求めよ。

(5). この弦のエネルギーを求めよ。

(6). もっとも低い固有振動数をもつ基準振動に分配されるエネルギーは全体の何パーセントか？