

物理学B(力学) 第一回レポートの解説・講評

永井佑紀

平成17年6月11日

第一問

「速度」、「速さ」、「加速度」の概念の理解をみる問題でした。

1.

答え：ありうる。

具体例を出せれば正解です。「速度」と「速さ」の違いがわかっていない人は復習しましょう。「力がかかっている」と「加速度がかかっている」の違いにも注意しましょう。

2.

答え：ありえない。

慣性の法則について述べていれば正解です。カーブは等速円運動の一部ではありません。したがって、等速円運動の例を用いて示しても、すべてのカーブに対して示したことになりませんので注意しましょう。

3.

答え：ありうる。

等速円運動や放物線運動などの例に挙げて説明すれば正解です。だいたいの方は合っていました。

第二問

答え：変わらない。

解答例

ボールは常に一定の重力 g をうけて運動しているので、これは等加速度運動である。このとき、ボールの位置 $x(t)$ は鉛直上方を正として、投げ始めを $t = 0$ 、 $x(0) = 0$ (手の位置を原点ととる) とすると、

$$x(t) = v_{\text{initial}}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

と書ける。ここで v_{initial} は初速度である。また、ボールの速度 $v(t)$ は

$$v(t) = v_{\text{initial}} - gt \quad (2)$$

である。

解答例 1 : 手元に戻ってきたときの速度を上向きと下向きで比べる。

上向きに投げたときの初速度を $v_{0+} = v_0$ 、下向きに投げたときの初速度を $v_{0-} = -v_0$ と書く。上向きに投げたボールが手元に戻ってきたときの速度 v_{comeback} と、下向きの初速度 v_{0-} を比べて両者が等しいことを示せば、その後地面に落ちるまでの挙動は同じになるので、地面に落ちる時の速さの大きさが変わらないことを示せる。

手元に戻ってきたときのかかった時間を求める。式 (1) を用いれば

$$0 = v_{0+}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (3)$$

$$= t(v_{0+} - \frac{1}{2}gt) \quad (4)$$

$$t = 0, \frac{2v_{0+}}{g} \quad (5)$$

となる。 $t = 0$ は投げた時であるから、 $t = 2v_{0+}/g$ が手元に戻ってきたときのかかった時間である。よって、式 (2) に代入すれば

$$v_{\text{comeback}} = v_{+0} - g\left(\frac{2v_{0+}}{g}\right) \quad (6)$$

$$= -v_{+0} \quad (7)$$

$$v_{\text{comeback}} = -v_0 = v_{0-} \quad (8)$$

となり、手元に戻ったときの速度と下向きに投げた時の初速度が等しいことを示せた。

解答例 2 : 地面についたときの速度を考える。

絶壁の高さを h とすると、到達にかかった時間 t_{final} は式 (1) より

$$h = v_{\text{initial}}t_{\text{final}} - \frac{1}{2}gt_{\text{final}}^2 \quad (9)$$

$$0 = \frac{1}{2}gt_{\text{final}}^2 - v_{\text{initial}}t_{\text{final}} + h \quad (10)$$

$$t_{\text{final}} = \frac{v_{\text{initial}} + \sqrt{v_{\text{initial}}^2 - 4\frac{1}{2}gh}}{g} \quad (11)$$

となる。ここで、 $t > 0$ であることを考慮して二次方程式の解の正のみを採用した。地面に到達したときの速度 v_{final} は、上式を式 (2) に代入すると得られ、

$$v_{\text{final}} = v_{\text{initial}} - \frac{v_{\text{initial}} + \sqrt{v_{\text{initial}}^2 - 4\frac{1}{2}gh}}{g}g \quad (12)$$

$$= -\sqrt{v_{\text{initial}}^2 - 2gh} \quad (13)$$

となる。地面に到達したときの速度は、初速度の二乗で決まることがわかった。したがって、上向きでも下向きでも初速度の大きさが等しければ同じ結果を与えることがわかる。

講評

全部言葉のみで説明している人がちらほら見受けられました。「真上に投げれば手元に戻ってくるときに同じ速さで向きが逆になる」というのを式で示してほしかったです。同じ学習レベルの人が見てもわかるように書くように心がけてください。

第三問

運動方程式の理解をみる問題でした。

解答例

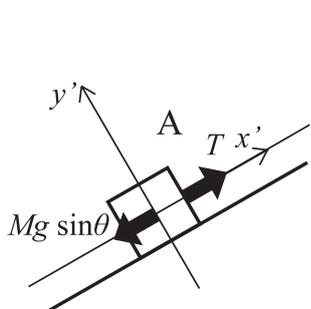


図 1: A に働いている斜面に平行な方向の力

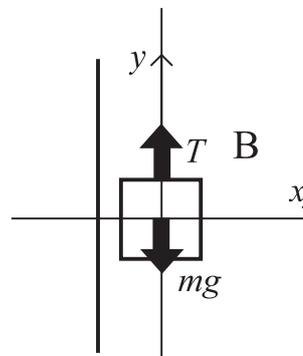


図 2: B に働いている力

まず A について考える。面に水平な方向を x' 、垂直な方向を y' とする。A についての運動方程式は、

$$M\hat{a} = T(\hat{x}') + Mg \sin \theta(-\hat{x}') + N(\hat{y}') + Mg \cos \theta(-\hat{y}') \quad (14)$$

$$Ma(\hat{x}') = (T - Mg \sin \theta)(\hat{x}') + (N + Mg \cos \theta)(\hat{y}') \quad (15)$$

となる。

B について考える。鉛直方向を y 、水平方向を x とする。B についての運動方程式は、

$$m\hat{a} = mg(-\hat{y}) + T(\hat{y}) \quad (16)$$

$$ma(\hat{y}) = (-mg + T)(\hat{y}) \quad (17)$$

となる。A と B は紐でつながれているので、A と B にかかる加速度 a は等しく、また張力 T は等しい。

1.

B が等速度運動をしているので、 $a = 0$ である。よって、式 (17) より

$$0 = -mg + T \quad (18)$$

$$T = mg \quad (19)$$

となる。この結果を式 (15) に代入すると、

$$0 = mg - Mg \sin \theta \quad (20)$$

$$m = M \sin \theta \quad (21)$$

となる。

答え： $m = M \sin \theta$

よくできていました。「つりあいの条件から」と書いている人は注意しましょう。加速度がゼロのときだけ「つりあいの条件」が使えます。加速度があるときもつりあいの条件を用いようとするとう間違いがあります。

2.

答え : $T = mg = Mg \sin \theta$

1. ができれば 2. はできます。よくできていました。

3.

質量が m から m' に変わり、B は等加速度 a で下向きに動いていった。このとき、A の運動方程式は式 (15) より

$$M\hat{a} = T(\hat{x}') + Mg \sin \theta(-\hat{x}') + N(\hat{y}') + Mg \cos \theta(-\hat{y}') \quad (22)$$

$$Ma(\hat{x}') = (T - Mg \sin \theta)(\hat{x}') + (N + Mg \cos \theta)(\hat{y}') \quad (23)$$

$$(24)$$

となり、両辺のベクトルの成分を比較すると

$$Ma = T - Mg \sin \theta \quad (25)$$

という等式を得る。

また、B の運動方程式は式 (17) より

$$m'\hat{a} = m'g(-\hat{y}) + T(\hat{y}) \quad (26)$$

$$m'a(-\hat{y}) = (-m'g + T)(\hat{y}) \quad (27)$$

となり、A と同様に両辺のベクトルの成分を比較すると

$$-m'a = -m'g + T \quad (28)$$

という等式を得る。

以上より二本の等式を得た。未知変数は T と a である。つまり、

$$\begin{cases} Ma = T - Mg \sin \theta \\ -m'a = -m'g + T \end{cases} \quad (29)$$

という連立方程式を解けば a と T を求めることができる。

答え : $\frac{m' - M \sin \theta}{M + m'} g$

運動方程式を正しく立てられるかという問いです。力の正負を間違っている人がいました。そのような間違い方をすると加速度の正負が逆になります。運動方程式は「力と(加速度×質量)の関係式」であって、つりあいの式ではありません。勘違いしている人がそれなりにいました。運動方程式の物理的意味は「加速度を見れば正味でかかっている力がわかる」です。

4.

答え : $\frac{1 + \sin \theta}{M + m'} m' Mg$

3. ができている人は 4. もできていました。3. が間違っていて 4. を正解している人は答えだけが知っているだけです。注意してください。

全体

問いにたいして「ありうる」「変わらない」など一言のみ書いている人が大勢見受けられました。理解していなくても確率二分の一で当たります。理解しているかどうかを見るための問いなので自分がなぜそう思ったのかを書いてください。その一言からでは間違いの指摘もアドバイスもできません。