

2016年度 A セメスター 電磁気学 B (担当: 加藤雄介)
レポート問題 II 講評 2016.12.21 (文責: 福井)

今回の問題はしっかり考えて丁寧に計算した人は点が取れていて、ちょっと簡単に考えすぎた人や問題文をよく読めていない人は点を落としているという印象です。小問に分けて部分点を付けているので、途中で間違えても大事故にならずに済んでいる人もいます。

今回は小問 1 問の配点を 2 点にして、全体で 20 点満点にしています (第 1 問, 第 2 問が小問 3 つ, 第 3 問が小問 4 つで計 10 問)。正解していれば基本的に点をつけていますが、過程が間違っている場合は減点しています。また、過程はあっているけれど式変形の間で書き忘れた文字があるために最終的な答えが間違っている答案にも部分点を付けています。途中の過程も答えも間違っているけれど、部分点を与えている場合もあります。部分点を与えるか与えないかは全体的な理解度を汲み取るようにしました。また、私の方で全体の出来を見て採点基準を途中でゆるくした部分もあるので、点が書き直されている人もいます。ご了承ください。

前回のレポート課題の講評で清書を薦めましたが、今回は清書やコンピュータでの作成に取り組んでいる人が多く嬉しく思いました。中には \TeX で答案作成してくださった人もいました。まだ慣れないかもしれませんが、これからの学生生活でも使って欲しいと思います。

以下の講評は解答例をよく見ながら読むと良いと思います。

第 1 問

正答者が多かったです。ベクトルの成分をよく考えずにやって間違っている人も何人かいました。また、点電荷の位置ベクトルを $\mathbf{r}_+ = (l - d/2)\mathbf{e}_x$ (\mathbf{e}_x は x 方向の単位ベクトル), $\mathbf{r}_- = (l + d/2)\mathbf{e}_x$ とおいて

$$\mathbf{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{r}_+)\mathbf{r}_+}{r_+^5} - \frac{\mathbf{p}'}{r_+^3} \right) \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{r}_-)\mathbf{r}_-}{r_-^5} - \frac{\mathbf{p}'}{r_-^3} \right) \quad (2)$$

とした答案がありましたが、これは教科書に載っている双極子の作る電場の式を書いただけで何も言っていないに等しいです。一般の場合を講義や教科書で勉強してから、具体的なシチュエーションに適用して計算するのがレポート問題を解くということです。しっかり計算して答えましょう。また、最後の Taylor 展開で微小量の 2 次以上を無視するということでしたが、「2 次以上」と言った場合は 2 次も含まれることに注意しましょう。2 次の項を残している人が何人かいました。また、Taylor 展開の時に $(1 \pm x)^3 \simeq 1 \pm 3x$ として分母に残していましたが、次数の数え方に注意しましょう。例えば $\frac{1}{x}$ は x の 1 次ではなく -1 次です。Taylor 展開して微小量の 1 次まで残すときはこのことに注意して $(1 \pm x)^{-3} \simeq 1 \mp 3x$ とすべきです (例えば講義第 9 回で双極子が遠方に作る電位を求めるときも同じような Taylor 展開をしたと思います)。

また、問題文や図をよく見て欲しいのですが、双極子 \mathbf{p}' については $p' = q'd'$ であるとはどこにも書いていません。問題文で与えられているのは双極子モーメントの大きさと向きだけです。問題を解く過程で $p' = q'd'$ と置くのは構いませんが、最終的な答えに q' や d' を残すのは不適切でしょう。また、 $p' = p = qd$ であるとも書いていません。何故かこう勝手に解釈して答えている人もいました。

最後に、ベクトルの扱いが皆さん適当すぎる気がしました。電場はベクトルなので向きまで答えるのは勿論、中には途中までベクトルとスカラーが統合で結ばれていたり、 p' とすべきところを \mathbf{p}' としていたりした人が目立ちました。例えば

$$\mathbf{E}_+ = \frac{p'}{2\pi\epsilon_0 (l - d/2)^3} \mathbf{e}_x \quad (3)$$

や, $p'e_x = p'$ より

$$\mathbf{E}_+ = \frac{\mathbf{p}'}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{(l-d/2)^3} \quad (4)$$

とすれば良いところを

$$\mathbf{E}_+ = \frac{\mathbf{p}'}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{(l-d/2)^3} \mathbf{e}_x \quad (5)$$

としている場合は $\mathbf{p}'\mathbf{e}_x$ というベクトルの並びの意味が不明です. ベクトルの積として内積 $\mathbf{p}' \cdot \mathbf{e}_x$ なのか外積 $\mathbf{p}' \times \mathbf{e}_x$ なのか不明ですし, どちらにせよ不正解です. ベクトルの表記にもう少し気をつけると良いと思います. また, ベクトルの計算で双極子の式に現れる $(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}$ は $\mathbf{p}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r})$ と等しいわけではありません. これに気をつけず計算して電場の式に $\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_y$ が現れた人がいましたが,

$$\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \quad (6)$$

です. ベクトルの表記と計算に注意しましょう.

第2問

基本的に注意は第1問と同じです. 第1問で計算があやふやで第2問でもやらかす人が思ったよりいました. (1) と (2) が間違っているのに (3) で Taylor 展開した結果は正解している人も何人かいました. ラッキーでしたね. 第1問とは違い, \mathbf{p}' と \mathbf{r} が平行でないのでベクトルの成分の扱いを誤っている人が多かったです.

第3問

(1) で θ 方向成分を求めるのが少し難しいかと思いましたが, ほとんどの人が正解していました.

ところで, 第3問では双極子 \mathbf{p} の大きさについて $p = qd$ とはしていません. 自分でこう置くのは勝手ですが, 第1問・第2問の \mathbf{p}' の注意と同じで最終的な答えに残すのは不適切だと思います. 途中の過程で自分で置く場合もきちんと定義してから使ってください (この問題では $p = qd$ とおくメリットはないと思いますが). この問題だけでなく, レポート全体で定義していない文字等を使う人がいました.

(2) の積分で $\int d\mathbf{r} \cdot \mathbf{E} = \int dr E_r$ とするところをうまく扱えていない人が結構いました. \mathbf{r} 方向で積分するので E_r のみ考えれば良いです.

(3), (4) での合成電場の計算は予想よりも正解している人が多かったです. (1) で導入した極座標表示は \mathbf{r} の取り方で \mathbf{e}_r と \mathbf{e}_θ の xyz -座標での向きが異なることに注意しましょう. 解答例で図を用いて説明しているので参照してください.