

## 2014 年度夏学期 熱力学 (担当: 加藤雄介) 演習問題 I 2014.05.22

以下の設問で必要があれば重力加速度を  $g$  とせよ。また理想気体の内部エネルギーは  $U = cNRT = cPV$  で与えられる ( $N$  はモル数、 $R$  は気体定数) ことを用いてよい。問題 I-1 から I-4 は 2013 年度の演習問題として掲載済である。

I-5 準静的でない断熱過程 3 (断熱サイクルの不存在) 大気圧  $P_a$  の大気下に、断面積  $S$  の柱状の断熱容器がある。断熱蓋 (ふた) は質量が無視できるほど軽く、かつ鉛直方向になめらかに動く。容器の内部には理想気体が入っており、圧力  $P_i = P_a$ 、体積  $V_i$ 、温度  $T_i$  の平衡状態にある。

蓋の上に質量  $M$  のおもりを速やかに置くと、蓋が下降し、しばらくして容器内部の理想気体は平衡状態に達した。そのときの気体の圧力は  $P_m$  であり、体積、温度はそれぞれ  $V_m, T_m$  であった。

この状態から、質量  $M$  のおもりを断熱蓋の上から取り除くと、蓋は上方に移動し、しばらくして容器内部の理想気体は再び平衡状態に達した。そのときの気体の圧力は  $P_f = P_i$  であり、体積、温度はそれぞれ  $V_f, T_f$  であった。

$V_i$  と  $V_f$  の大小関係を答えよ (はじめの状態に比べて、終わりの状態における蓋の位置は高いか低い)。また  $T_i$  と  $T_f$  の大小関係を答えよ (はじめの状態に比べて、終わりの状態における温度は高いか低い)。それらの根拠を示せ。

I-6 準静的でない断熱過程 4 (断熱サイクルの不存在) 断面積  $S$  の柱状の断熱容器がある。断熱蓋 (ふた) は質量が無視できるほど軽く、なめらかに動く。容器の内部には理想気体が入っており、圧力  $P_i = P_{ex}$ 、体積  $V_i$ 、温度  $T_i$  の平衡状態にある。外圧が速やかに  $P'_{ex}$  に変化し、そのまま一定に保たれた。しばらくして理想気体は圧力  $P_f (= P'_{ex})$ 、体積  $V_f$ 、温度  $T_f$  の平衡状態に達した。このとき、始状態と終状態を  $PV$  平面図に表すとき、終状態  $(P_f, V_f)$  は始状態  $(P_i, V_i)$  を通る断熱曲線の上側に来ること ( $P_f V_f^\gamma > P_i V_i^\gamma$ ) を示せ ( $\gamma = 1 + \frac{1}{c}$ )。

I-7 準静的でない定温過程 1 大気圧  $P_a$  の大気下に、断面積  $S$  の柱状の容器がある。質量が無視できるほど軽く、かつ鉛直方向になめらかに動く蓋 (ふた) の上には、質量  $M$  のおもりがひとつ載せてある。容器の内部には、その中に理想気体が入っており、圧力  $P_i$ 、体積  $V_i$ 、温度  $T_R$  の平衡状態 (これを状態 A と呼ぶ) がある。理想気体はつねに一つの熱源 ( $T_R$ ) と熱接触しているものとする。

この状態から蓋の上のおもりを速やかに取り除くと、蓋が上方に移動し、しばらくして容器内部の理想気体は再び平衡状態 (これを状態 B と呼ぶ) に達した。そのときの気体の圧力は  $P_f = P_a$  であり、体積、温度はそれぞれ  $V_f, T_R$  であった。

1. 系がされる仕事  $W_{ex}^{(1)}$  を求めよ。その符号は正か負か。
2. 内部エネルギーの変化を求めよ。
3. 系が熱源から受け取る熱  $Q_{ex}^{(1)}$  を求めよ。その符号は正か負か。

大気圧  $P_a$  の大気下に、同じ容器と蓋を用意し、理想気体を閉じ込める。ただし、蓋 (ふた) の上には、質量  $M/2$  のおもりが二つ載せてある。容器の内部の単原子分子理想気体は圧力  $P_i$ 、体積  $V_i$ 、温度  $T_R$  の平衡状態にある。この状態からおもりの一つを速やかに取り除くと、蓋が上方に移動し、しばらくして容器内部の理想気体が平衡状態に達した。その状態からさらに残りのおもりを取り除くと、蓋が再び上方に移動し、しばらくすると容器内部の理想気体は平衡状態に達した。このときの気体の圧力は  $P_f = P_a$

であり、体積、温度はそれぞれ  $V_f, T_R$  であった。理想気体はつねに一つの熱源 ( $T_R$ ) と熱接触しているものとする。

4. 系がされる仕事  $W_{\text{ex}}^{(2)}$  を求めよ。その符号は正か負か。
5. 系が熱源から受け取る熱  $Q_{\text{ex}}^{(2)}$  を求めよ。その符号は正か負か。
6.  $W_{\text{ex}}^{(1)}$  と  $W_{\text{ex}}^{(2)}$  ではどちらが大きい。

I-8 準静的でない定温過程と等温準静的過程 1 大気圧  $P_a$  の大気下に、前問 (I-6) と同じ容器、蓋、理想気体、熱源を用意する。ただし、蓋 (ふた) の上には、質量  $M/n$  のおもりが  $n$  個載せてある ( $n$  は正の整数)。容器の内部の理想気体は圧力  $P_i$ , 体積  $V_i$ , 温度  $T_R$  の平衡状態にある。以下の操作

- おもりの一つを速やかに取り除き、
- しばらくして容器内部の理想気体が平衡状態に達するのを待つ。

を  $n$  回繰り返す。  $n$  回操作後、このときの気体の圧力は  $P_f = P_a$  であり、体積、温度はそれぞれ  $V_f, T_R$  であった。理想気体はつねに一つの熱源 ( $T_R$ ) と熱接触しているものとする。

1. 系がされる仕事  $W_{\text{ex}}^{(n)}$  を求めよ。その符号は正か負か。
2.  $W_{\text{ex}}^{(n)}$  が  $n$  について単調であることを示せ。

「始状態と終状態を固定した定温過程のうち、熱源から受け取る熱が最も多く、外部からされる仕事が最も少ないのは等温準静的過程である (定温過程における最小仕事の原理)」ことの一例をこの問題は与えている。

I-9 準静的でない定温サイクル 1 (1 温度熱機関の不存在) 大気圧  $P_a$  の大気下に、断面積  $S$  の柱状の容器がある。質量が無視できるほど軽く、かつ鉛直方向になめらかに動く蓋 (ふた) の上には、質量  $M$  のおもりがひとつ載せてある。容器の内部には、その中に理想気体が入っており、圧力  $P_i$ , 体積  $V_i$ , 温度  $T_R$  の平衡状態にある。理想気体はつねに一つの熱源 ( $T_R$ ) と熱接触しているものとする。

この状態から蓋の上のおもりを速やかに取り除くと、蓋が上方に移動し、しばらくして容器内部の理想気体は再び平衡状態に達した。そのときの気体の圧力は  $P_m = P_a$  であり、体積、温度はそれぞれ  $V_m, T_R$  であった。この状態から、質量  $M$  のおもりを蓋の上にふたたび置くと、蓋は下降し、しばらくして容器内部の理想気体は再び平衡状態に達した。そのときの気体の圧力は  $P_f$  であり、体積、温度はそれぞれ  $V_f, T_R$  であった。理想気体はつねに一つの熱源 ( $T_R$ ) と熱接触しているものとする。

1. 系がされる仕事  $W_{\text{ex}}$  を求めよ。その符号は正か負か。
2. 内部エネルギーの変化を求めよ。
3. 系が熱源から受け取る熱  $Q_{\text{ex}}$  を求めよ。その符号は正か負か。

I-10 準静的でない定温サイクル 2 (1 温度熱機関の不存在) 大気圧  $P_a$  の大気下に、断面積  $S$  の柱状容器がある。蓋 (ふた) は質量が無視できるほど軽く、かつ鉛直方向になめらかに動く。容器の内部には理想気体が入っており、圧力  $P_i = P_a$ , 体積  $V_i$ , 温度  $T_R$  の平衡状態にある。

蓋の上に質量  $M$  のおもりを速やかに置くと、蓋が下降し、しばらくして容器内部の理想気体は平衡状態に達した。そのときの気体の圧力は  $P_m$  であり、体積、温度はそれぞれ  $V_m, T_R$  であった。

この状態から、質量  $M$  のおもりを蓋の上から取り除くと、蓋は上方に移動し、しばらくして容器内部の理想気体は再び平衡状態に達した。そのときの気体の圧力は  $P_a$  であり、体積、温度はそれぞれ  $V_i, T_R$  であった。理想気体はつねに一つの熱源 ( $T_R$ ) と熱接触しているものとする。

1. 系がされる仕事  $W_{ex}$  を求めよ。その符号は正か負か。
2. 系が熱源から受け取る熱  $Q_{ex}$  を求めよ。その符号は正か負か。

I-11 準静的でない定温サイクル 3 (1 温度熱機関の不存在) 断面積  $S$  の柱状容器がある。蓋 (ふた) は質量が無視できるほど軽く、かつなめらかに動く。容器の内部には理想気体が入っており、圧力  $P_0$ 、体積  $V_i$ 、温度  $T_R$  の平衡状態にある。

以下の  $n$  ステップからなる操作

- 外部の圧力を  $P_{ex,1}$  とする
- しばらくして容器内部の理想気体が平衡状態に達するのを待つ。
- 外部の圧力を  $P_{ex,2}$  とする
- しばらくして容器内部の理想気体が平衡状態に達するのを待つ。
- ……
- ……
- ……
- 外部の圧力を  $P_{ex,n-1}$  とする
- しばらくして容器内部の理想気体が平衡状態に達するのを待つ。
- 外部の圧力を  $P_{ex,n} = P_0$  とする
- しばらくして容器内部の理想気体が平衡状態に達するのを待つ。

を施す。理想気体はつねに一つの熱源 ( $T_R$ ) と熱接触しているものとする。

このサイクルで系が外力によってなされる仕事  $W_{ex}$  は正であることを示せ。

I-12 等温準静的サイクル 理想気体の準静的な定温サイクル (これを等温準静的サイクルと呼ぶ) において系が外力によってなされる仕事  $W_{ex}$  はゼロであることを示せ。