

量子力学 III レポート講評

第 1 回レポート (55 点)

第 1 問：動く調和振動子型ポテンシャル中の粒子 (15 点)

- (1)(5 点) みなさんよくできていました。Hermite 多項式を用いた表示まで書いていなくても、基底状態に生成演算子を作用させて得られた状態が固有ベクトルになることを議論していれば、可としました。(後の問題に使う上ではそれで十分)
- (2)(5 点) 今回の問題では摂動ハミルトニアンに v^2 の項があるので、 v^1 の寄与を正確に求めるためにはすこし注意が必要です。しかし、今回は講義でやった摂動論の計算が行われていれば可としました。 v^1 の寄与を正確に求める方法は各自で吟味して欲しいと思います。摂動論による結果の妥当性の議論は、模型に入っているパラメータについて行ってください。
- (3)(5 点) (2) ができていれば、問題なかったようです。

第 2 問：回転する調和振動子ポテンシャル中の粒子 (20 点)

- (1)(5 点) よくできていました。この問題も第 1 問の (1) と同様に Hermite 多項式を用いた表示をしていなくても可としました。
- (2)(5 点) これもよくできていました。
- (3)(5 点) 手がついていない解答がありましたが、第 1 問の (2) と同じ考え方でできます。計算がやや大変にはなるのは仕方がないと思ってください。
- (4)(5 点) ここまで手がついている解答は少なかった印象ですが、これも第 1 問の (3) と同じ考え方でできます。ただし、 $\omega_x - \omega_y$ の 1 次の寄与をきれいにまとめるのは込み入った計算になるので、結果がきれいになっていなくても、計算しているものがあっていれば可としました。

第 3 問：定積分の計算 (20 点)

配点は各小問につき 5 点としましたが、誘導に従っていない場合は I_1 と I_2 の計算をそれぞれ 10 点としました。標準的な問題なので、特にコメントはありませんが、 $R \rightarrow \infty$ や $\delta \rightarrow 0$ の極限については (慣れれば見ただけで分かりますが) 一度は厳密に議論して欲しいと思います。なお、積分作用素は線形作用素ですが、 $\int (f(x) + g(x))dx$ が値をもつからといって、

$$\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx \quad (1)$$

という計算は直ちにはできないことに注意してください。

第 2 回レポート (40 点)

第 1 問 : 3 次元自由粒子の動径波動関数 (25 点)

配点は各小問につき 5 点としました。また微分方程式の解を求める問題なので、線形結合をとる自由度のもとで正しい解を求めてもらえれば良いです。(2) まではみなさんよくできていました。(3) で計算ミスのために微分方程式がうまく導けず、 χ_ℓ と $\chi_{\ell+1}$ を関係付ける漸化式を導けなかった解答がいくつかありました。(5) は特に採点基準は設けませんでした、何か書いてある解答は可としました。

第 2 問 : 平面波の球面波展開 (15 点)

- (1)(5 点) よくできていました。 $P_\ell(x)$ の表示をよく見れば簡単だったと思います。
- (2)(5 点) 部分積分で微分を片側に押し付けるところまでは、みなさんできていたと思います。そこまでできれば $\ell \neq \ell'$ のときは積分が 0 になることはすぐに分かると思います。 $\ell = \ell'$ のときは直接計算すればよいのですが、それができていない解答がありました。
- (3)(5 点) この問題ができていた解答は非常に少なかったです。無限級数の等式が与えられたときに特定の次数の係数を比べるという考え方は非常に重要なので是非マスターして欲しいと思います。

第 3 回レポート (50 点)

第 1 問 : Helmholtz 方程式の Green 関数 (20 点)

- (1)(5 点) みなさんよくできていました。
- (2)(5 点) これも問題なくできていたようです。
- (3)(5 点) 積分の実行ができなかった解答がいくつかありました。(i) 極座標で角度方向の積分をする段階と (ii) 複素積分を用いて動径方向の積分をする段階に分けられると思いますが、どちらも標準的な計算なので、マスターして欲しいです。
- (4)(5 点) デルタ関数の性質を確かめれば良いのですが、できていた解答は少なかったと思います。解答例に書いた方法は、砂川「理論電磁気学」(紀伊国屋)を参考にしました。超関数 (distribution) をまともに扱う場合は、新井・江沢「量子力学の数学的構造 I,II」(朝倉)の付録 C などが参考になるかもしれません。

第 2 問 : Bessel 関数と平面波の展開 (20 点)

- (1)(5 点) よくできていました。

(2)(5点) 低次の部分 (z^ρ と $z^{\rho+1}$) を正しく取り扱えていない解答がありました。ここを正しく扱えると、奇数次がすべて 0 になることが結論されます。

(3)(5点) (2) ができていれば、問題なかったと思います。記法はいろいろ工夫してください。

(4)(5点) 手がついている解答はあまり多くありませんでした。指数関数の直交関係と Bessel 関数の最低次の係数を用います。やり方は第 2 回レポートの第 2 問と同じです。

第 3 問 : Born 近似による散乱振幅 (10 点)

各小問 5 点としました。積分するだけなので、手をつけている人はよくできていたと思います。