

量子力学3 量子力学GII, 演習問題(1) (担当: 加藤雄介) 2013.11.04

記号の詳細は講義ノートを参照のこと。

問題 I - 1 「第二量子化 基礎ベクトルの規格直交性」

$$\langle y_1, y_2, \dots, y_M | x_1, x_2, \dots, x_N \rangle = \frac{\delta_{M,N}}{N!} \sum_P \zeta^P \delta(y_1, x_{p(1)}) \delta(y_2, x_{p(2)}) \cdots \delta(y_N, x_{p(N)}) \quad (1)$$

を示せ。

問題 I - 2 「第二量子化 場の演算子の $|\Psi_\nu\rangle$ への作用」

$$\hat{\psi}(x_1)|\Psi_\nu\rangle = \sqrt{N} \int dy_2 \cdots \int dy_N \Psi_\nu(x_1, y_2, \dots, y_N) |y_2, \dots, y_N\rangle \quad (2)$$

を示せ。

問題 I - 3 「第二量子化 $|\Psi_\nu\rangle$ の完全性」

$$\sum_\nu \Psi_\nu(x_1, \dots, x_N) \Psi_\nu^*(x'_1, \dots, x'_N) = \frac{1}{N!} \sum_{P \in S_N} \zeta^P \delta(x'_1, x_{p(1)}) \cdots \delta(x'_N, x_{p(N)})$$

ならば $\sum_\nu |\Psi_\nu\rangle \langle \Psi_\nu| = 1$ となることを示せ

問題 I - 4 「第二量子化 場の演算子を用いた二粒子演算子の表式」

$$\hat{O}^{(2)} \equiv \sum_{j < k} \hat{o}_{jk}^{(2)} \leftrightarrow \frac{1}{2} \int dx_1 \int dx_2 \hat{\psi}^\dagger(x_1) \hat{\psi}^\dagger(x_2) \hat{o}^{(2)}(x_1, x_2) \hat{\psi}(x_1) \hat{\psi}(x_2) \quad (3)$$

を示せ。

問題 I - 5 「第二量子化 粒子数演算子」 $\hat{N} = \int dx \hat{\psi}^\dagger(x) \hat{\psi}(x)$ に対して、

$$\hat{N}|x_1, \dots, x_M\rangle = M|x_1, \dots, x_M\rangle, \quad |x_1, \dots, x_M\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{M!}} \hat{\psi}^\dagger(x_1) \cdots \hat{\psi}^\dagger(x_M) |0\rangle$$

が成り立つことを示せ。 ($\hat{\psi}(x)|0\rangle = 0$, $[\hat{N}, \hat{\psi}^\dagger(x)] = \hat{\psi}^\dagger(x)$ を用いよ。)