

力学 A 演習問題 II (担当：加藤雄介) 2017.7.25

第 1 問 粗い面上で、軸（慣性主軸）まわりに高速回転しつつ鉛直軸まわりにゆっくりと角速度 Ω で歳差運動するコマの運動について考える。軸の下端は点 O で動かないものとする。コマの軸回りの回転ベクトルを ω とする（大きさを ω と表す）。コマの質量を M 、軸回りの慣性モーメントの大きさを I とする。コマの軸と鉛直軸のなす角 $\theta \in (0, \pi/2)$ は一定とし、点 O を基準として、重心（質量中心）の位置ベクトルを \mathbf{r}_G と表す（大きさを $r_G = |\mathbf{r}_G|$ と表す）。以下の問に答えよ。

1. コマにかかる外力は、重力 \mathbf{F}_G 、垂直抗力 \mathbf{F}_n 、静止摩擦力 \mathbf{f} である。それらの作用点と向きを図示せよ。
2. 重心の運動方程式を書き、垂直抗力 \mathbf{F}_n 、静止摩擦力 \mathbf{f} の大きさを $M, g, \Omega, r_G, \theta$ のうち必要なものを用いて表せ。
3. 不動点 O を位置ベクトルの基準としたときのコマの全角運動量 \mathbf{L} の運動方程式を $\mathbf{L}, \mathbf{r}_G, \mathbf{F}_G$ を用いて表せ。

全角運動量 \mathbf{L} を重心の角運動量 \mathbf{L}_G と重心まわりの角運動量 $\mathbf{L}' = I\boldsymbol{\omega}$ に分ける。

4. \mathbf{L}' の運動方程式を $\mathbf{L}', \mathbf{r}_G, \mathbf{F}_G, \mathbf{F}_n, \mathbf{f}$ のうち必要なものを用いて表せ。
5. $|d\mathbf{L}'/dt|$ を $I, \omega, \Omega, \theta$ を用いて表せ。
6. 前々問と前問の結果を用いて、 ω を $M, g, r_G, I, \Omega, \theta$ を用いて表せ。

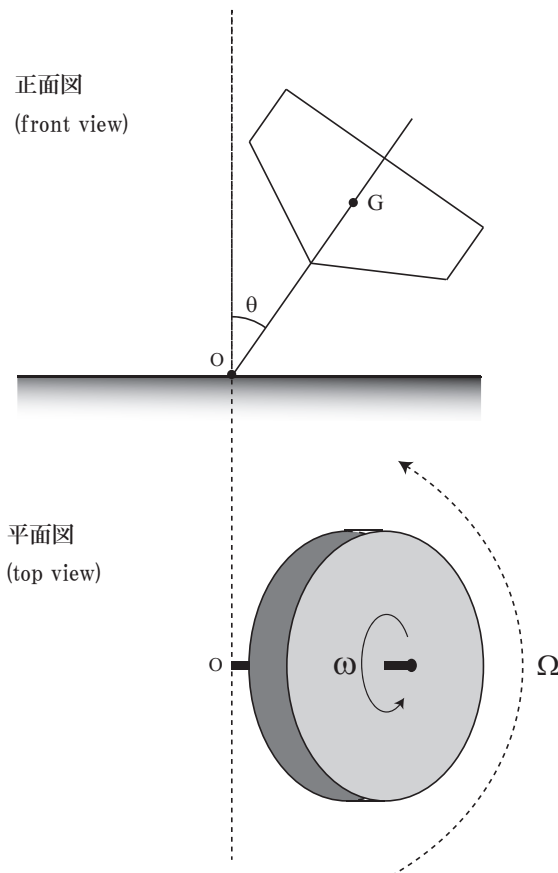


図 1: 第 1 問の図