

2016年度 A セメスター 電磁気学 B レポート問題 II
 (担当: 加藤雄介) 2016.12.07

11月30日の講義で導入した電気双極子について考えてみる.

第1問

図1のように2つの電気双極子 p, p' が x 軸上で向かい合うように距離 l ($\gg d$) 離れて配置された状況を考える.

以下の手続きに従って, 双極子間に働く力を求めよ.

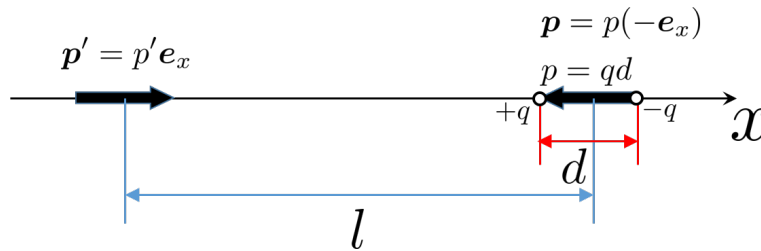


図 1: x 軸上に並ぶ双極子

- (1) まず, 双極子 p は点電荷 $+q, -q$ が距離 d ($\ll l$) 離れて配置されているものと考えよ. もう1つの双極子 p' の作る電場が点電荷 $+q, -q$ の位置に作る電場 E_+, E_- をそれぞれ求めよ.
- (2) p' の作る電場が点電荷 $+q, -q$ に及ぼす力 F_+, F_- を求め, それらの合力 $F = F_+ + F_-$ を求めよ.
- (3) 双極子同士が十分離れているとき ($d \ll l$) に, 双極子 p が双極子 p' の作る電場から受ける力を求めよ. その際, $p = qd$ と Taylor 展開を用い, 微小量の2次以上の項を無視せよ.

第2問

次に, 図2のように第1問で考えた2つの電気双極子が x 軸ではなく y 軸上に並んでいる場合を考える. 第1問と同様に, 双極子間に働く力を以下の手続きに従って求めよ.

- (1) 第1問と同様に, 双極子 p は図のように点電荷 $+q$ と $-q$ が距離 d ($\ll l$) 離れて配置されたものとして, もう1つの双極子 p' の作る電場がこれらの点電荷に及ぼす力を考える. まず, 双極子 p' が点電荷 $+q, -q$ の位置 $(-d/2, l), (d/2, l)$ に作る電場 E_+, E_- をそれぞれ求めよ.
- (2) p' の作る電場が点電荷 $+q, -q$ に及ぼす力 F_+, F_- を求め, それらの合力 $F = F_+ + F_-$ を求めよ.
- (3) 双極子同士が十分離れているとき ($d \ll l$) に, 双極子 p が双極子 p' の作る電場から受ける力を求めよ. その際, $p = qd$ と Taylor 展開を用い, 微小量の2次以上の項を無視せよ.

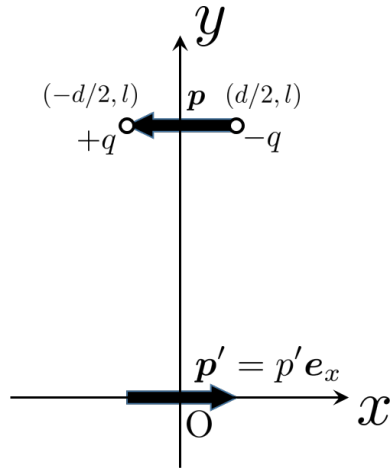


図 2: y 軸上に並ぶ双極子

第 3 問

まず, 原点にある電気双極子モーメント p が位置 r につくる電場 E を考える.

図 3 のように, ベクトル p と r が張る平面での 2 次元極座標 (r, θ) を考える. θ は p と r のなす角であり, e_r, e_θ はそれぞれ動径方向 (r の方向), θ 方向の単位ベクトルである.

- (1) 電場の r 方向成分 E_r と θ 方向成分 E_θ をそれぞれ求めよ.
- (2) 位置 r における電位 $\phi(r)$ を電場の積分より求めよ. 電位の基準点は無限遠点とせよ.
(講義では電位を求めて微分することで双極子の作る電場を求めたが, ここでは双極子の作る電場から電位を求めよ.)

次に, 図 4 のように直交座標系の x, y, z 軸上で, 原点からの距離が a である位置 (A, B, C, D, E, F) に大きさが p で z 軸正方向向きの電気双極子モーメントがあるときを考える.

- (3) 双極子 A, B, C, D が原点 O に作る合成電場を求めよ.
- (4) 双極子 A, B, C, D, E, F が原点 O に作る合成電場を求めよ.

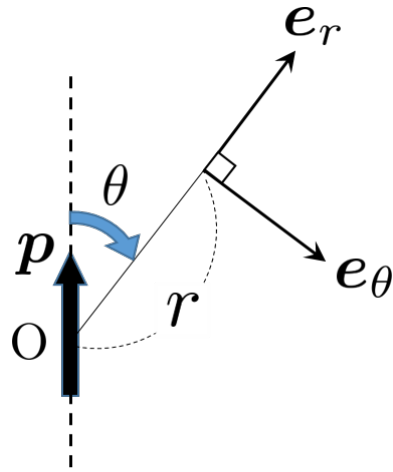


図 3: e_r と e_θ

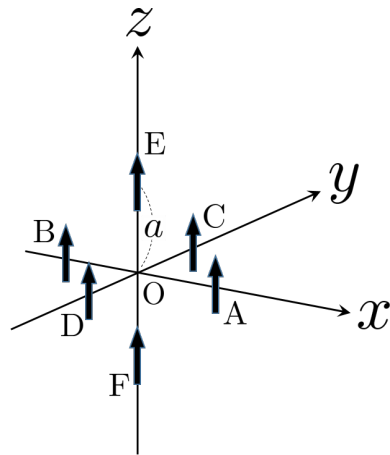


図 4: A, B, C, D, E, F に配置された 6 つの電気双極子モーメント