

量子力学3 量子力学 GII, 演習問題 (3) 電磁場の量子化  
(担当: 加藤雄介) 2015.10.09

記号の詳細は講義ノートを参照のこと。

目的

- クーロンゲージでの電磁場の量子化について理解すること。
- 電磁場と物質の相互作用について理解すること。

問題 III - 01 「電磁場の下での自由な荷電粒子のハミルトニアン

質量  $m$ 、電荷  $q$  を持つ自由粒子の電磁場の下でのハミルトニアンが

$$\mathcal{H} = \frac{(\mathbf{p} - q\mathbf{A}(\mathbf{r}, t))^2}{2m} + q\phi(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

で与えられることを示せ ( $\phi$ ,  $\mathbf{A}$  はそれぞれスカラーポテンシャル、ベクトルポテンシャルを表す)。

問題 III - 02 「電磁場の運動量密度の保存則」

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B})_\mu + \partial_\nu (T_{\nu\mu}^E + T_{\nu\mu}^B) = -(\rho \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B})_\mu \quad (2)$$

$$T_{\nu\mu}^E = -\epsilon_0 E_\nu E_\mu + \delta_{\nu\mu} \frac{\epsilon_0 \mathbf{E}^2}{2} \quad (3)$$

$$T_{\nu\mu}^B = -\frac{B_\nu B_\mu}{\mu_0} + \delta_{\nu\mu} \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} \quad (4)$$

が成り立つことを示せ。

問題 III - 03 「電磁場の量子化 電場と磁場の交換関係」

電場と磁場の交換関係

$$[\hat{E}_x(\mathbf{r}), \hat{B}_y(\mathbf{r}')] \quad (5)$$

を計算せよ。

問題 III - 04 「量子化した電磁場の全運動量」

量子化した電磁場の全運動量が

$$\sum_{\lambda} \hbar \mathbf{k}_{\lambda} \hat{c}_{\lambda}^{\dagger} \hat{c}_{\lambda} \quad (6)$$

と表されることを示せ。