

2015年度 A セメスター 電磁気学 B
(担当：加藤雄介) 2015.12.18
「静電容量」

理解度確認問題

- 第 1 問
1. 静電容量 C のコンデンサーを構成する二つの導体に $\pm Q$ の電荷を帯電させるために二つの導体の電位差はいくらか。
 2. 静電容量 C のコンデンサーを構成する二つの導体に $\pm Q$ の電荷を帯電させるために外力がしなくてはならない仕事はいくらか。
 3. 静電容量の単位を挙げよ。
 4. コンデンサーの形を保ちつつ、相似拡大（長さの拡大比 λ とする）したときに静電容量は何倍になるか。

補足問題

第 1 問 静電誘導 平行平板 平行平板コンデンサーの静電容量を求めよ。

第 2 問 静電誘導 同心球導体 電荷 $+Q$ を持つ半径 a の球形導体と、これと同心（=中心を共有する）で電荷 $-Q$ を持つ内半径 $b (> a)$ の同心導体球殻からなるコンデンサーがある。

1. 各点における電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ を求めよ。
2. 二つの導体間の電位差を求めよ。。
3. コンデンサーの静電容量を求めよ。
4. コンデンサーのエネルギーを a, b, ϵ_0, Q のうち必要なものを用いて表せ。
5. $\epsilon_0(\mathbf{E}(\mathbf{r}))^2/2$ の体積積分を求めよ。その結果について簡単に考察せよ。

「定常電流」

理解度確認問題

- 第1問
1. 単位体積当たりの粒子数 n 、一粒子あたりの電荷は q 、速度はすべて \mathbf{v} であるときの電流密度 \mathbf{j} を求めよ。
 2. 電荷保存則を電荷密度 $\rho(\mathbf{r}, t)$ 、電流密度 $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ を用いて表せ（体積積分をする領域 V と面積分する曲面 S の関係も述べよ）。
 - 3.

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\gamma \mathbf{v} + q\mathbf{E} \quad (1)$$

の解を求めよ。

4. 前問の式 (1) の定常解を用いてオームの法則を導け。
5. (1) の定常解を用いてジュールの法則を導け。

補足問題

問題1 長さ l 、断面積 S 、電気伝導度 σ の導体の電気抵抗 R を求めよ。

問題2 内径 a 、外径 b 、電気伝導度 σ の同心導体球殻の外側表面から測った内側表面の電位を一定値 V に保つとき、

1. 内側表面から外側表面に流れる定常電流 I を求めよ。
2. また導体内部の各点における電場の大きさと向きを求めよ。
3. ジュール熱を I と V を用いて表せ。
4. $\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$ の体積積分を求めよ。

「静磁場」

理解度確認問題

1. 電荷 q , 質量 m の荷電粒子が速度 \boldsymbol{v} で磁場 \boldsymbol{B} の下で運動しているとき、どのような力を受けるか。
2. 直線電流がまわりの空間にどんな向きの磁場を作るかは、どのような実験によって知ることができるか。
3. 平行な直線に沿って同じ向きに流れる電流間に働く力は引力か斥力か。
4. ビオ・サバル則を書き下せ。
5. 直線電流が作る磁場を、ベクトル記号を用いて表せ。
6. ループ電流が作る磁場を立体角を用いて表せ。
7. アンペールの法則を書き下せ。

補足問題

問題 1

z 軸を軸とし、軸方向の長さが無限大、断面の半径 R の円柱領域内を $+z$ の向きに一様に定常電流 I が流れている。空間の地点 P における磁場の大きさと向きを以下求める。

P から z 軸に下ろした垂線の足を P_0 とし、 $\overrightarrow{P_0P} = \boldsymbol{\rho}$ とおく。 $\hat{\rho} = \boldsymbol{\rho}/|\boldsymbol{\rho}|$ とする。 z 方向の単位ベクトルを \hat{z} とする。対称性より

$$\vec{B}(P) = B(\rho)\hat{z} \times \hat{\rho} \quad (2)$$

とおく。 $B(\rho)$ は ρ だけの関数である。

P_0 を中心とし P を通る円周のうち、 z 軸に垂直な平面上にある円周を C とする。 C の向きは、 C に沿って一周するとき右ねじが進む方向が $+z$ の向きに一致するようにとる。

1.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r}$$

を $B(\rho)$ と ρ を用いて表わせ。

2. 前問の積分値を μ_0, I, ρ, R のうち必要なものを用いて表わせ。
3. $B(\rho)$ を μ_0, I, ρ, R のうち必要なものを用いて表わせ。

「時間に依存する電磁場」

補足問題

問題 1

電磁誘導の法則は

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (3)$$

と表される。曲面 S は曲線 C を縁とし、その法線の向きは、 C に沿って右ねじを回すときに、ねじが進む向きに取るものとする。ただし C が与えられたときにこの条件を満たす S は複数選ぶことができる。 S その選び方に右辺の量が、上記条件を S が満たす限り、右辺の量は等しいことを示せ。

問題 2 電場が時間に依存するとき、Ampère の法則はそのままでは成立しない。どのような意味で成立しないのか、またどのようにして Ampère-Maxwell の法則においてその問題が解消されたのか自分の言葉でまとめよ。