

## 力学 B 演習問題 III (担当: 加藤雄介) 2013.07.23

III-1 力学的エネルギー保存則 ばね定数  $k = 65\text{N/m}$  の軽いばねに  $2.5\text{kg}$  の物体が付けられていた。ばねを摩擦のない水平面上で  $10\text{cm}$  伸ばしてから自由に振動させた。

1. これにつけられた物体の運動エネルギーと弾性ポテンシャルエネルギーとが等しくなるのは物体がどこにあるときか。
2. 物体がもつ速さの最大値はどれほどか?

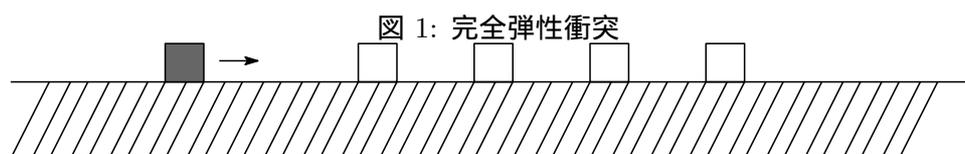
III-2 孤立系で非保存力が仕事をする場合 質量  $50\text{kg}$  のパラシュート隊員が速さ  $144\text{km/h}$  で高度  $1000\text{m}$  を飛んでいる飛行機から飛び出た。パラシュートが開き、彼女は速さ  $8\text{m/s}$  で地上に降りた。この降下で空気の摩擦により生じた熱エネルギーは何 J か。

III-3 完全弾性衝突 あるクレーターは質量  $5 \times 10^{10}\text{kg}$  の隕石が  $7200\text{m/s}$  の速さで地球に衝突してできたと考えられている。この衝突が正面衝突であったとすると地球の速さはどれだけ変化したか。

III-4 完全弾性衝突 静止した水素原子に電子が衝突した。衝突が一次元完全弾性衝突であったとすると、電子の初めの運動エネルギーのうちどれだけの割合が衝突後の水素の運動エネルギーになったか。

III-5 力積 スケーターが摩擦のないアイスリンク上に静止している。客席からスケーターに対して垂直にぬいぐるみが投げ込まれた。このスケーターが最大の運動量を獲得するのは次のいずれかの場合か。(a) スケーターがぬいぐるみを受け取って保持する場合 (b) スケーターが受け取ったぬいぐるみを客席に投げ返す場合 (c) スケーターがぬいぐるみを手当てるものの取り損ねて、足元に落としてしまった場合

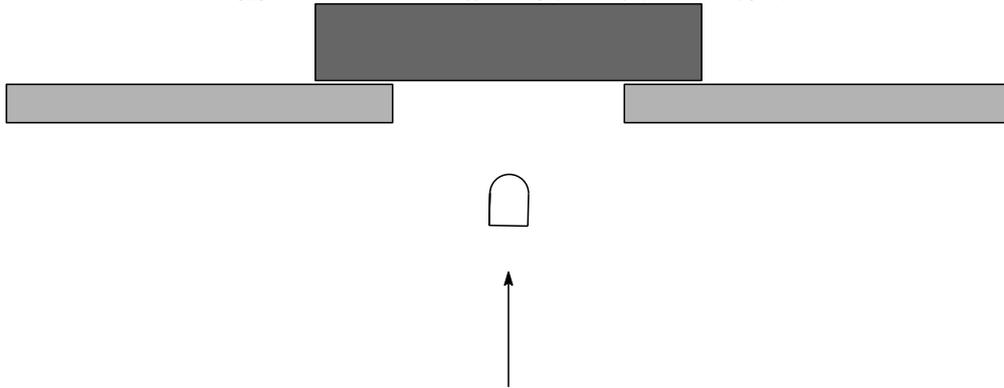
III-6 完全弾性衝突 図 1 のように、摩擦のない水平面に一直線に質量  $m$  のおもりが並んでいる。おもりが並んで直線上を速さ  $v$  で動く質量  $m$  の物体が、おもりのひとつと衝突した。おもりと物体の衝突、おもり同士の衝突は完全弾性衝突であるとし、始めの衝突から十分時間がたった時刻での運動の様子を簡潔に述べよ。



III-7 ブロックを貫通する弾丸 図 2 のように、質量  $5\text{kg}$ 、厚さ  $10\text{cm}$  のブロックに質量  $10\text{g}$  の弾丸が速さ  $1000\text{m/s}$  で真下から当たり、ブロックの中心を貫通して速さ  $400\text{m/s}$  でブロックから真上に飛び出した。重力加速度を  $g = 9.8\text{m/s}^2$  として以下の間に答えよ。

1. 弾丸がブロックを貫通する時間を評価せよ。その際、ブロックはほとんど動かないものとし、かつ弾丸はブロック内で等加速度運動をすると仮定してもよい。
2. ブロックを貫通する際に弾丸が失った運動量はいくらか。
3. 今の場合、衝突の間は重力を無視することができることを定量的に示せ。
4. 弾丸が貫通した直後のブロックの速さを求めよ。

図 2: ブロックを鉛直上向きに貫通する弾丸

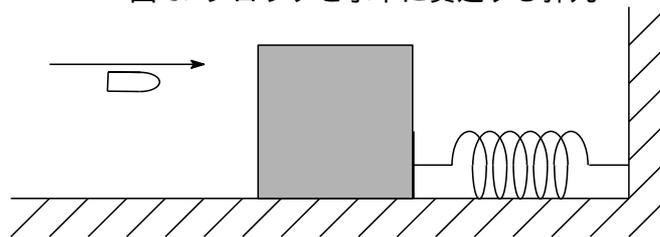


5. 弾丸が貫通した後、ブロックがどれほどはねあがるか。その高さを求めよ。

III-8 ブロックを貫通する弾丸 図 3 に示すように初速  $400\text{m/s}$  で弾丸（質量  $5\text{g}$ 、長さ  $1\text{cm}$ ）がブロック（質量  $1\text{kg}$ 、1 辺  $10\text{cm}$  の立方体）に命中し、これを貫通する。ブロックは始め摩擦のない水平面上に静止しており、ばね定数  $900\text{ N/m}$  のばねにつながれている。このブロックは弾丸命中後、右に距離  $5\text{cm}$  移動したあと、左に移動した。弾丸とブロックの衝突において、ばねの力は衝突力に比べて無視できるとしてよい。

1. 弾丸がブロックを飛び出した直後の、ブロックの速さを求めよ。
2. 弾丸がブロックを飛び出した直後の、弾丸の速さを求めよ。
3. 弾丸が受けた力積を求めよ。
4. 弾丸がブロック内で等加速度運動すると仮定し、ブロック内を貫通する時間を概算で求めよ。
5. 弾丸とブロックの衝突において、ばねの力を衝突力に比べて無視できるとした近似はどの程度の精度で正しいか。

図 3: ブロックを水平に貫通する弾丸



III-9 単振子を貫通する弾丸 弾丸（質量  $m$ ）が単振子（質量  $M$ ）に水平に打ち込まれ、貫通した（図 4 参照）。衝突直前の弾丸の速さは  $v$ 、衝突直後の速さは  $v/2$  であった。単振子のひもの長さを  $l$  とする。以下の問いに答えよ。

1. 弾丸がブロックの貫通した直後のブロックの速さ  $V_0$  を  $M, m, v$  のうち、必要なものを用いて表せ。

2. ブロックを吊るすひもが鉛直軸と  $\theta$  の角度をなすとき，ブロックの速さを  $M, V, m, g, l, \theta$  のうち必要なものを用いて表せ．
3. 前問において，ブロックを吊るすひもの張力の大きさを  $M, V, m, g, l, \theta$  のうち，必要なものを用いて表せ．
4. ひもがたるむことなくブロックが一回転するとき， $V_0$  の取りうる最小値を求めよ．

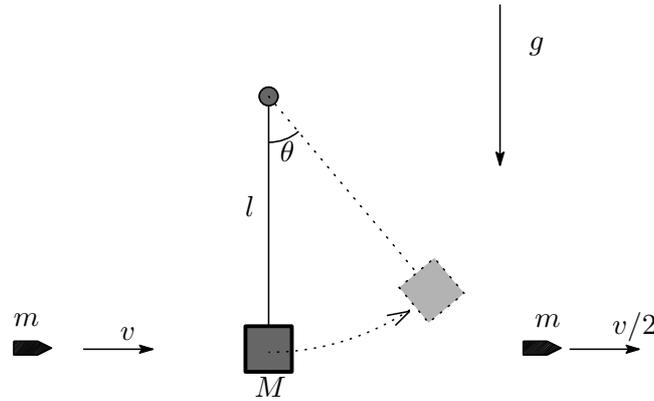


図 4: ブロックを水平に貫通する弾丸

III-10 単振り子と弾丸の完全非弾性衝突 質量  $M(=5.4\text{kg})$  のおもりが一本の長いひもでつり下げられている．質量  $m(=9.5\text{g})$ ，長さ  $d(=3.0\text{cm})$  の弾丸がおもりに水平に打ち込まれ，おもりの内部でとどまった（図 5 参照）．おもりと弾丸は一体となって右に振れて垂直方向の高さが  $h(=6.3\text{cm})$  だけ初期位置より高くなったところで一瞬静止し，そのあとに左に振れた． $t_i$  を弾丸とおもりが衝突し始めた時刻， $t_f$  を，弾丸がおもりに対して静止した時刻とする．衝突時間  $\Delta t = t_f - t_i$  が十分短いとし， $t = t_f$  においてひもは鉛直軸に対してほぼ平行とみなしてよいとする．以下の問いに答えよ．

1. 力学的エネルギーが保存している時間帯を以下から選べ．(ア)  $t < t_i$ ，(イ)  $t_i < t < t_f$ ，(ウ)  $t_f < t$
2.  $t = t_f$  において，おもりと弾丸の速さ  $v_f$  を求めよ．
3.  $t = t_i$  における，弾丸の速さ  $v_i$  を求めよ．
4.  $t_i < t < t_f$  においておもりはほぼ静止しているものとし，かつ弾丸はおもりに対して等加速度運動をしながら，距離  $d$  進んだところでおもりに対し静止するものと仮定して衝突時間のおおよその長さを求めよ（有効数字一桁でよい）．
5. おもりが弾丸から受ける平均の衝突力の大きさを求めよ（有効数字一桁でよい）．
6. 衝突中，おもりに作用する重力は衝突力に比べて無視できることを示せ．

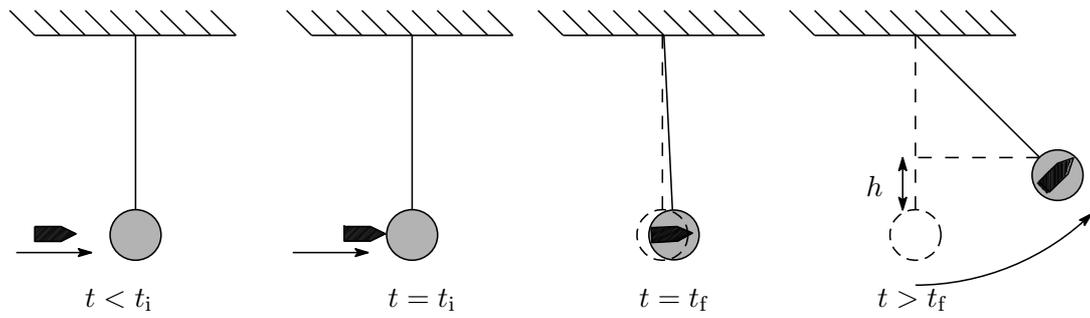


図 5: 単振り子と弾丸の完全非弾性衝突