

第 1 問 電磁誘導の法則 電磁誘導の法則の積分形

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (1)$$

において、向きの決まっている閉曲線  $C$  に対して、それを縁とし、かつ法線ベクトルが  $C$  の向きと右ねじの法則によって定まっている面  $S$  は複数存在する。(1) の右辺はそのような面の採り方の任意性によらず一意に定まることを示せ。

第 2 問 Ampère の法則から Ampère-Maxwell の法則への修正 電場が時間に依存するとき、Ampère の法則はそのままでは成立しない。どのような意味で成立しないのか、またどのようにして Ampère-Maxwell の法則においてその問題が解消されたのか自分の言葉でまとめよ。

第 3 問 \* 単独磁荷が存在する場合の電磁誘導の法則 単独磁荷はまだ見つからないが、それが存在し、かつ全磁荷が保存すると仮定すると、磁荷密度  $\rho_m$  を用いて Maxwell 方程式のひとつは

$$\operatorname{div} \vec{B} = \mu_0 \rho_m \quad \text{または} \quad \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \int_V \rho_m dV$$

と変更される。第二式において  $S$  は任意の閉曲面 (法線ベクトルは外向き) であり、 $V$  は  $S$  に囲まれる領域である。また磁荷保存則  $\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}_m = 0$  を満たすベクトル場  $\vec{j}_m$  が存在する。電荷保存則との類推から  $\vec{j}_m$  を磁流密度と呼ぶ。このとき、

1. 単独磁荷が存在する場合、電磁誘導の法則はそのままでは存在しないことを示せ。
2. 第 2 問の議論を参考に電磁誘導の法則を修正せよ。

\* 発展的課題