2009 年度冬学期　電磁気学　演習問題 (4)（担当：加藤雄介）　2010.01.30

第 1 問　Ampère の法則の応用 円柱領域を流れる電流 z 軸を軸とし、軸方向の長さが無限大、断面の半径 R の円柱領域内を $+z$ の向きに一様に定常電流 I が流れている。空間の地点 P における磁場の大きさと向きを以下求める。

P から z 軸に下ろした垂線の足を P_0 とし、$\overrightarrow{\mathrm{P_0P}} = \vec{\rho}$ とおく。$\hat{\rho} = \vec{\rho}/|\vec{\rho}|$ とする。z 方向の単位ベクトルを $\hat{z}$ とする。対称性より

$$\vec{B}(\mathrm{P}) = B(\rho)\hat{z} \times \hat{\rho} \tag{1}$$

とおく。$B(\rho)$ は ρ だけの関数である。

$\mathrm{P_0}$ を中心とし P を通る円周のうち、z 軸に垂直な平面上にある円周を C とする。C の向きは、C に沿って一周するとき右ねじが進む方向が $+z$ の向きに一致するようにとる。

1. $$\oint_C \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$
   を $B(\rho)$ と ρ を用いて表わせ。
2. 前問の積分値を μ_0, I, ρ, R のうち必要なものを用いて表わせ。
3. $B(\rho)$ を μ_0, I, ρ, R のうち必要なものを用いて表わせ。
4. 磁場が (1) のように書けることを Biot-Savart の法則を用いて示せ。

第 2 問　Ampère の法則の応用 円筒領域を流れる電流 z 軸を軸とし、軸方向の長さが無限大、断面が内径 a 外径 b の同心円（中心は z 軸上にある）に囲まれた領域で与えられる円筒領域内を $+z$ の向きに一様に定常電流 I が流れている。空間の地点 P における磁場の大きさと向きを求めよ。

第 3 問　Ampère の法則の応用　2 つの円筒領域を反対向きに流れる電流 z 軸を軸とし、軸方向の長さが無限大の二つの円筒領域に逆向きに定常電流が流れているものとする。電流密度 $\vec{j}(\vec{r})$ は

$$\vec{j}(\vec{r}) = \begin{cases} 0, & \sqrt{x^2+y^2} \le a_1 \\ \frac{I\hat{z}}{\pi(b_1^2-a_1^2)}, & a_1 \le \sqrt{x^2+y^2} \le b_1 \\ 0, & b_1 \le \sqrt{x^2+y^2} \le a_2 \\ -\frac{I\hat{z}}{\pi(b_2^2-a_2^2)}, & a_2 \le \sqrt{x^2+y^2} \le b_2 \\ 0, & b_2 \le \sqrt{x^2+y^2} \end{cases}$$

で与えられる（$a_1 < b_1 < a_2 < b_2$）。

1. 空間の地点 P における磁場の大きさと向きを求めよ。
2. I を一定にしたまま二つの円筒領域の厚さが無限小 $b_1 \to a_1$, $b_2 \to a_2$ の極限を考える。このとき $a_1 < \rho < a_2$ の領域にのみ磁場が存在する。このとき、軸方向単位長さあたりの磁場のエネルギーを求めよ。また軸方向単位長さあたりのインダクタンスを求めよ。