

2013年度夏学期 熱力学 (担当: 加藤雄介) 演習問題 II 2013.05.31

以下の設問で必要があれば理想気体の内部エネルギーは $U = cNRT = cPV$ で与えられる (N はモル数、 R は気体定数) ことを用いてよい。

II-1 理想気体を作業物質とした Carnot Engine の効率 (Carnot efficiency)

高温熱源 (温度 T_H) と低温熱源 (温度 T_L) の間で動く Carnot engine の熱効率を、作業物質が理想気体であるとして求めよ。

- $A(T_H, V_0) \rightarrow B(T_H, V_1)$ 等温準静的膨張過程 ($V_1 > V_0$)
- $B(T_H, V_1) \rightarrow C(T_L, V_2)$ 断熱準静的膨張過程 ($V_2 > V_1$)
- $C(T_L, V_2) \rightarrow D(T_L, V_3)$ 等温準静的圧縮過程 ($V_3 < V_2$)
- $D(T_L, V_3) \rightarrow A(T_H, V_0)$ 断熱準静的圧縮過程 ($V_0 < V_3$)

1. 高温熱源から熱を受け取るのはどの過程か。
2. 低温熱源へ熱を与えるのはどの過程か。
3. V_2, V_3 を V_0, V_1, T_H, T_L を用いて表せ。
4. 高温熱源から受け取る熱 Q_H を T_H, V_0, V_1 を用いて表せ。
5. 低温熱源へ与える熱 Q_L を T_L, V_0, V_1 を用いて表せ。
6. この熱機関が外部にする仕事 W が正であることを示せ。
7. この熱機関の熱効率を T_H, T_L, V_0, V_1 のうち必要なものを用いて表せ。

II-2 熱機関 (heat engine) の効率

高温熱源 (温度 T_H) と低温熱源 (温度 T_L) の間で動く以下のサイクルを持つ熱機関の熱効率 η を、作業物質が理想気体であるとして求め、 V_0, V_1 を用いて表せ。また $\eta < 1 - T_L/T_H$ を示せ。

- $A(T_H, V_0) \rightarrow B(T_B, V_1)$ 断熱準静的膨張過程 ($V_1 > V_0$)
- $B(T_B, V_1) \rightarrow C(T_L, V_1)$ 等積冷却過程 ($T_L < T_B$)
- $C(T_L, V_1) \rightarrow D(T_D, V_0)$ 断熱準静的圧縮過程
- $D(T_D, V_0) \rightarrow A(T_H, V_0)$ 等積加熱過程 ($T_H > T_D$)

II-3 Kelvin の原理から Carnot Engine の効率が作業物質の種類によらないことを導く

Kelvin の原理「サイクルによって、一つの熱源から (正の) 熱を受け取り、外部に対して (正) の仕事をする以外に何の効果も生じない熱機関を作ることとは不可能である。」

から

「Carnot Engine の効率は作業物質の種類によらない」

ことを示せ。

証明のポイントは 1. 対偶を証明する。2. Carnot cycle には逆サイクルが存在することをを用いる。

II-4 断熱過程と Kelvin の原理

命題：「任意の断熱過程を TV 図上で表すとき、終状態は、始状態を通る断熱曲線よりも下側に来ることはない。」*

を Kelvin の原理から示せ。

*を言い直すと

「始状態 (T_i, V_i) を通る断熱曲線を $T = T_{\text{ad}}(V)$ と表すと、断熱過程の終状態 (T_f, V_f) は、 $T_f \geq T_{\text{ad}}(V_f)$ を満たす。」

証明のポイントは

1. 対偶を証明する。
- 2.

- $A(T_i, V_i) \rightarrow B(T_f, V_f)$ 断熱過程 ($V_1 > V_0$)
- $B(T_f, V_f) \rightarrow C(T_{\text{ad}}(V_f), V_f)$ 等積過程 (温度 $T_{\text{ad}}(V_f)$) の熱源と熱接触)
- $C(T_{\text{ad}}(V_f), V_f) \rightarrow A(T_i, V_i)$ 断熱準静的過程

というサイクルにおいて、外部にする仕事 W と熱源から受け取る熱 Q_{ex} の符号 (正か負か) を考える。