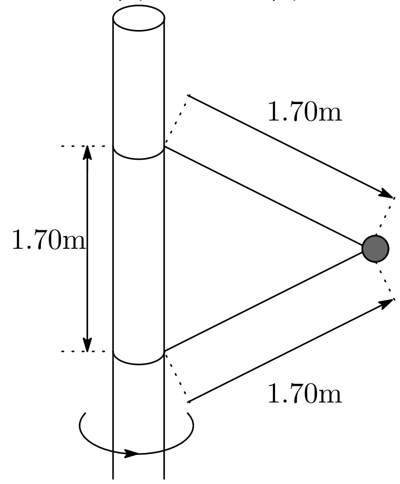
力学B演習問題II（担当：加藤雄介）　2013.06.15

II-1 摩擦力 テフロン加工したフライパン表面と、卵焼きの静止摩擦係数は0.05である。フライパンをどれだけ傾けると卵焼きは滑り出すか。

II-2 等速円運動 質量1200kgのジェットコースターが鉛直面内にある半径20mの円弧上のコースの頂上を等速(15m/s)で通過するとき，車体がレールから受ける力の大きさを求めよ．

II-3 等速円運動 図1のように質量1.0kgのおもりがたるみなく張ったひもで鉛直回転軸に結び付けられている．上のひもの張力は35Nである．(1) 下のひもの張力を求めよ．(2) おもりにはたらく合力を求めよ．(3) おもりの速さを求めよ．ただし鉛直回転軸は十分細く，その太さは無視できるものとする（図では誇張して描かれている）．

図1: II-3の図



II-4 等速円運動 質量mの小さな物体が天井からひもで吊るされている．この物体は図2に示すようにひもが鉛直線に対して角度θを保つように一定の速さvで半径Rの水平な円軌道を回転する．重力加速度の大きさをgとして以下の問に答えよ．

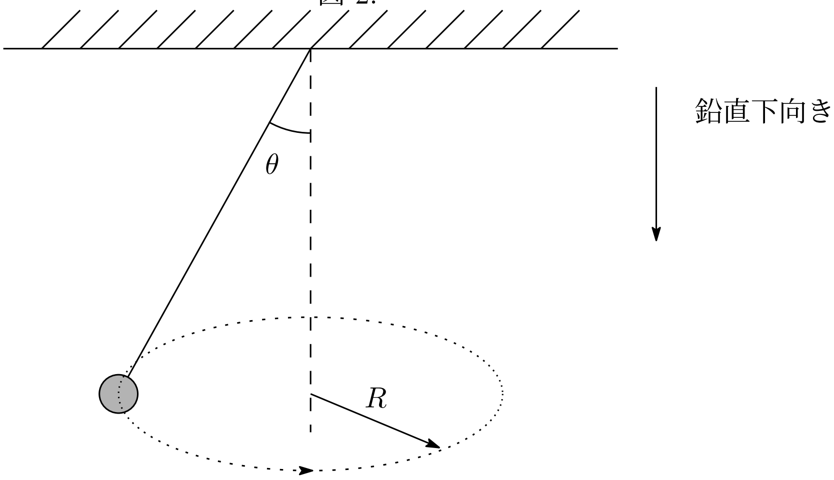
1. 物体にかかる全ての力を図示せよ．
2. 物体の加速度の向きを図示せよ．
3. ひもの張力の大きさを，m, g, θ, Rのうち必要なものを用いて表せ．
4. 物体の速さvを，m, g, θ, Rのうち必要なものを用いて表せ．
5. 物体の回転周期(一周するのにかかる時間)をm, g, θ, Rのうち必要なものを用いて表せ．

ヒント　x軸とy軸で張られる2次元平面において物体が原点を中心に半径Rの等速円運動をするとき，原点を基準として物体の位置ベクトル$\boldsymbol{r}$は

$$\boldsymbol{r} = R\left(\hat{x}\cos\omega t + \hat{y}\sin\omega t\right)$$

と表すことができる．ここで$\hat{x}, \hat{y}$はそれぞれx方向，y方向の単位ベクトルであり，ωは時間tに依存しない定数で，角速度と呼ばれる．

図 2:



II-5 等速円運動 水平な回転台の上に質量 m の物体が乗っている（図 3 参照）．物体表面と回転台の間の静止摩擦係数を μ_{s} とする．物体は回転軸から距離 r の地点にあるものとし，物体の大きさは十分小さいと考えてよいものとする．回転台の角速度を ω としたとき，物体が回転台に対して滑り出さない最大の角速度 ω_{M} を求めよ．

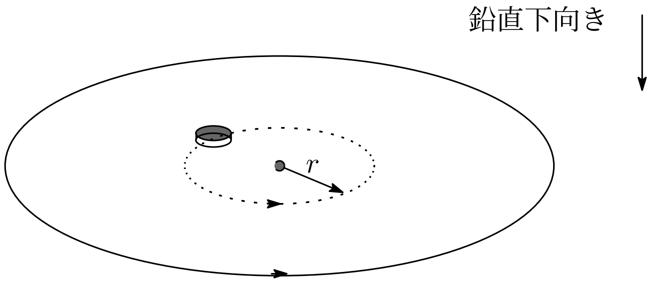


図 3: 回転台上の物体

II-6 ローター かつていくつかの遊園地ではローターと呼ばれる施設があった．鉛直回転軸まわりで回転する中空の円筒のことである．円筒の角速度 ω が十分速いと, 人は円筒の壁に押し付けられ，床がなくても落ちることなく回り続ける装置である (図 4 参照)．人の質量を M, 中空円筒の半径を r, 人と壁の静止摩擦係数を μ_{s} とする．以下人を質量 M の物体で大きさは十分小さいとモデル化して問いに答えよ．

1. 人にかかる力をすべて挙げよ.
2. それらの力の図示せよ.
3. 人の加速度の大きさを求めよ.
4. 垂直抗力の大きさを求めよ.

5. 人が床に落ちることなく壁に押し付けられるために必要な角速度の最小値 ω_{m} を求めよ.
6. M=60kg, $\mu_{\mathrm{s}}=0.3$, $r=2.1$m として ω_{m} を求めよ.

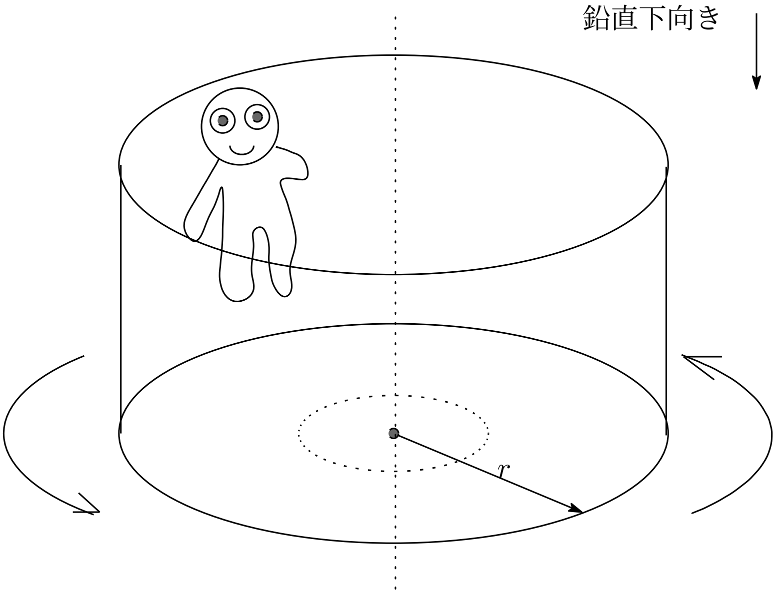


図 4: ローター

II-7 単振り子 長さ ℓ のひもで天井からつるされた質量 m の物体がある。ひもと鉛直軸の間の角度を $\theta(t)$ とするとき、運動方程式から二つの方程式

$$m\ell\frac{\mathrm{d}^2\theta(t)}{\mathrm{d}t^2}+mg\ell\sin\theta(t)=0 \tag{1}$$

$$m\ell\left(\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}\right)^2=T-mg\ell\cos\theta(t) \tag{2}$$

が得られる。講義 (第 8 回; 6/7) では (1) を微小振動の近似 $\sin\theta\sim\theta$ を用いて解を求めた。この近似を用いずに以下の問いに答えよ。

1. $$\frac{mv(t)^2}{2}+mgy(t) \tag{3}$$

   が時間によらず一定であることを示せ。ただし、

   $$v(t)^2=\ell^2\left(\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}\right)^2, \quad y(t)=-\ell\cos\theta(t) \tag{4}$$

   である。(ヒント (1) を用いる。)

これまで (2) を用いてこなかった。この式から得られる情報はなんであろうか。この式は、

$$\text{中心に向かう力 (向心力) の大きさ}=\frac{\text{質量}\times\text{速度}^2}{\text{半径}} \tag{5}$$

の関係式を表している。向心力は張力と重力の e_ℓ 成分からなる。(2) は $\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}$ から張力の大きさ T を求める式とみることもできる。また $T \geq 0$ でなくてはいけない（$T < 0$ はありえない）ので、運動中にひもがたるむことなくぴんと張ったままであるかどうかの確認をすることができる。

角度 $\theta = \theta_0 \in (0, \pi/2)$ の地点でおもりを手で支え、時刻 $t = 0$ で静かにおもりから手を離したところ、おもりは $\theta \in [-\theta_0, \theta_0]$ の間で往復運動を繰り返した。

2. ある時刻 t_1 において $\theta(t_1) = 0$ となった。このときの速さ $(\ell|\mathrm{d}\theta(t)/\mathrm{d}t|)$ を求めよ。(ヒント　(3) を用いよ。)
3. 時刻 t_1 における T を求めよ。(ヒント; 前問の結果と (2) を用いよ。)
4. $\theta \in [-\theta_0, \theta_0]$ のとき T は常に正であることを示せ。

II-8 運動エネルギー 以下の運動における運動エネルギーは何 J か

1. 体重 80kg のスポーツ選手が、一定の速度で 100m を 10 秒で走ったときの運動エネルギー。
2. 145g の球が、球速 155km/h で飛んでいるときの運動エネルギー。
3. 10 トンの隕石が速さ 15km/s で飛んでいるときの運動エネルギー。