2009年度冬学期　電磁気学A　演習問題(2)（担当：加藤雄介）　2009.11.4

第1問　リング上に一様に分布した電荷による電位 半径 a のリング上に電荷 Q が一様に分布している。このリングの軸線上にあってリングの中心からの距離 x の点Pにおける電位を演習問題（1）第1問と同様の手順によって求めよ。

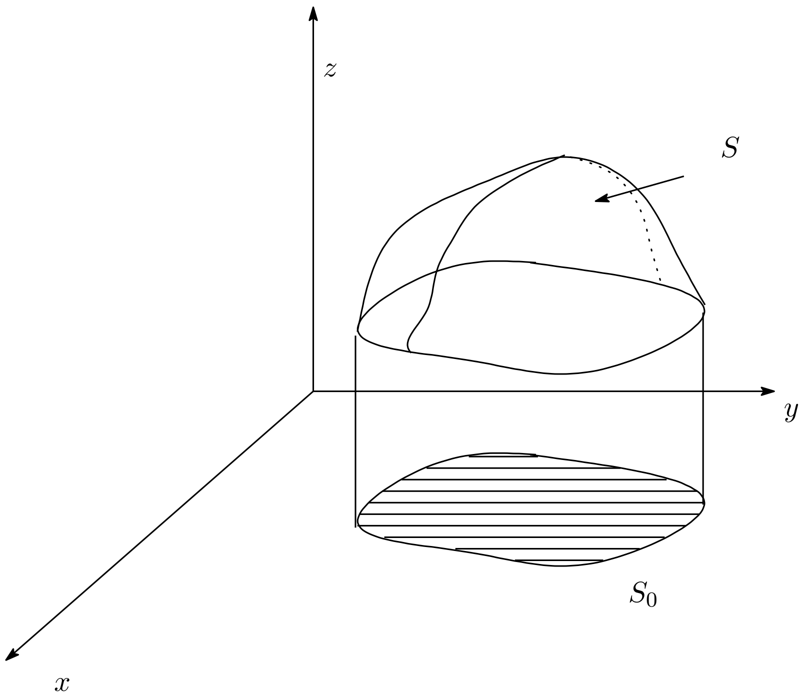
第2問　円板上に一様に分布した電荷による電位 半径 a の円板上に電荷が一様に分布している。面電荷密度を σ とする。円板の軸線上にあり、円板の中心から距離 x にある点Pにおける電位を演習問題（2）第2問と同様の手順で求めよ。

第3問　定ベクトル場の面積分 (数学) 面 S_0 は xy 平面上の領域とする（その面積も S_0 で表わすことにする)。$(x,y) \in S_0$ のとき、$z = f(x,y)$ ($f(x,y)(>0)$ は2変数関数) で与えられる曲面を S とする。S の法線ベクトルは S_0 とは反対の向きを向いているものとする。

このときベクトル場 $\vec{V}(\vec{r}) = V_0\hat{z}$ (V_0 は定数) の S 上の面積分

$$\int_S \vec{V}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

は V_0S_0 に等しいことを示せ。

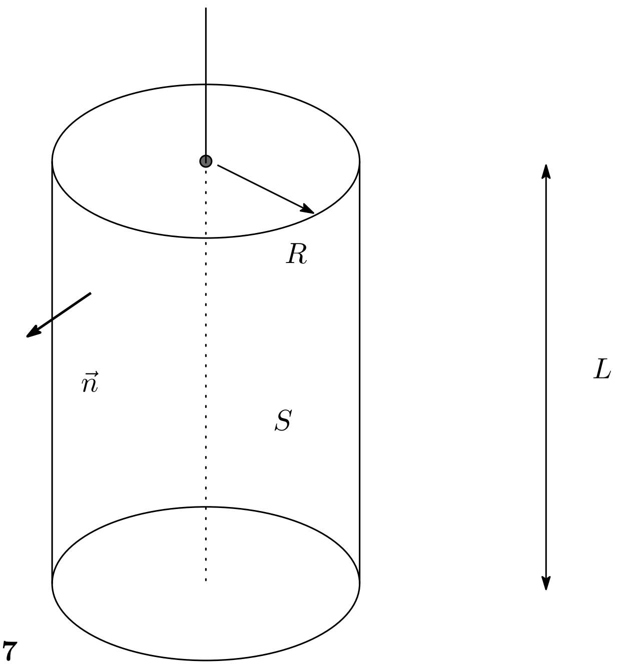


♯**誤植を訂正しました。2010.01.27**

第4問　円筒対称なベクトル場の面積分 (数学) $\vec{\rho} = x\hat{x} + y\hat{y}$ とする。さらに $\rho = |\rho|$, $\hat{\rho} = \vec{\rho}/\rho$ とする。今、z 軸を軸とする円筒面を S とし、その法線ベクトルは外側を向いているものとする。円筒の半径は R、軸に沿っての長さは L であるとする。ベクトル場 $\vec{V}(\vec{r}) = V(\rho)\hat{\rho}$ の S 上の面積分

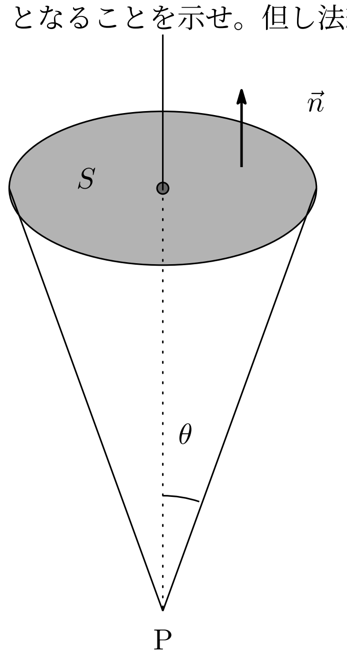
$$\int_S \vec{V}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

を求めよ。



♯ **誤植を訂正しました。2010.01.27**

第 5 問　立体角 (数学) 面 S と点 P が半頂角 θ の円錐をなすとき、P から見た S の立体角 $\Omega(S)$ は $2\pi(1-\cos\theta)$ となることを示せ。但し法線ベクトルは図で与えた向きにとるものとする。



第 6 問　球内に一様に分布した電荷による電場 半径 a の球内に電荷 Q が一様に分布しているとき、O（球の中心）から距離 r の地点 $\mathrm{P}(\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \vec{r})$ における電場 $\vec{E}(\vec{r})$ をガウスの法則を用いて以下の手順に従って求めよ。

電荷分布は球対称であるから電場も球対称である。球の中心を O、電場を求める点を P、O からみた P の位置ベクトルを $\vec{r}$ とすると、

$$\vec{E}(\vec{r}) = E(r)\hat{r}$$

とかけるはず。$E(r)$ は $r=|\vec{r}|$ だけの関数であり、これを $r>a$ と $r<a$ の場合に分けて求める。以下では O を中心とし、半径が r である球の表面を S とし、S 上の法線ベクトルの向きを外向き (O から遠ざかる向き) にとる。

1. S 上の $\vec{E}(\vec{r})$ の面積分
$$\int_S \vec{E}(\vec{r})\cdot \mathrm{d}\vec{S} \tag{1}$$
を $E(r)$ と r で表わせ。
2. S に囲まれる領域内の全電荷を、Q, r, a を用いて表わせ。
3. ガウスの法則を用いて、$E(r)$ を導き、グラフに図示せよ。

第 7 問　円柱領域内に一様に分布した電荷による電場 電荷が一様に分布した半径 R の円柱領域がある。円柱の軸方向の長さは十分長いものとする。電荷密度（単位体積当たり）を ν とする。空間の各点における電場を求めよ。