

提出先: 加藤雄介 (16 号館 3 階 301B 号室)

〆切り: 2006 年 08 月 31 日 (木曜日) 16:30 (厳守)

第 1 問 以下の小問から 2 題を選び解答せよ

1. 絶対零度における自由電子の誘電関数 $\varepsilon(\omega, q)$ を求めよ (積分を実行し、表式を求め、グラフを描け)。
2. 乱雑位相近似で得られる誘電関数 $\varepsilon_{\text{RPA}}(\omega, q)$ をグラフとして図示せよ。
3. 自由ボーズ気体の温度グリーン関数

$$\mathcal{G}_{\mathbf{k}}(\tau_1 - \tau_2) = -\langle T_{\tau} \hat{a}_{\mathbf{k}}(\tau_1) \hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}(\tau_2) \rangle = \begin{cases} -\langle \hat{a}_{\mathbf{k}}(\tau_1) \hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}(\tau_2) \rangle & \text{for } \beta > \tau_1 > \tau_2 > 0 \\ -\langle \hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}(\tau_2) \hat{a}_{\mathbf{k}}(\tau_1) \rangle & \text{for } 0 < \tau_1 < \tau_2 < \beta \end{cases}$$

とそのフーリエ級数展開

$$\mathcal{G}_{\mathbf{k}}(\tau_1 - \tau_2) = T \sum_{i\omega_n} \mathcal{G}_{\mathbf{k}}(i\omega_n) e^{-i\omega_n(\tau_1 - \tau_2)}$$

を求めよ。

4. 総和則

$$\langle g | \hat{\rho}_{\mathbf{q}}^{\dagger} [\hat{\mathcal{H}}, \hat{\rho}_{\mathbf{q}}] | g \rangle = \frac{Nq^2}{2m}$$

を導け。

5. 縦応答関数

$$Q_{\parallel}(q) = -i \lim_{\delta \rightarrow +0} \int_0^{\infty} dt e^{-\delta t} \langle [\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, t), \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{J}}(-\mathbf{q}, 0)] \rangle$$

がどんな系においても

$$Q_{\parallel}(q) = -\frac{N}{m}$$

で与えられることを示せ。

6. BCS (Bardeen-Cooper-Schrieffer) 状態において横応答関数

$$Q_{\perp}(q) = -i \lim_{\delta \rightarrow +0} \int_0^{\infty} dt e^{-\delta t} \langle [\boldsymbol{\eta}(\mathbf{q}) \cdot \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, t), \boldsymbol{\eta}(\mathbf{q}) \cdot \hat{\mathbf{J}}(-\mathbf{q}, 0)] \rangle$$

$(\boldsymbol{\eta}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{q} = 0, |\boldsymbol{\eta}(\mathbf{q})| = 1)$ が

$$\lim_{q \rightarrow 0} Q_{\perp}(q) = 0$$

を満たすことを示せ。

7. 細管内での超流動条件 (ランダウ条件) と回転容器内での超流動条件は同等か否か。

第 2 問 以下のテーマに関する文献をひとつ選び、自分の言葉でわかりやすくまとめよ (A4 で 5-10 ページ程度)。

- 線形応答理論

- プラズマ振動
- 光電子分光とグリーン関数
- ハバード模型における乱雑位相近似
- 電子ガス以外の多粒子系における個別励起と集団励起
- 量子系におけるダイヤグラム展開
- 超流動現象
- 単一モード近似 (single mode approximation)
- 対称性の破れ
- Bogoliubov の不等式
- Goldstone mode
- Mermin-Wagner の定理