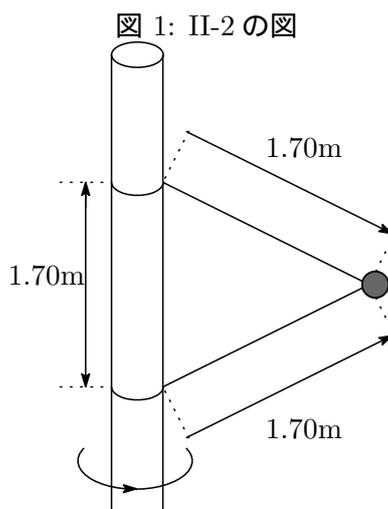


力学 B 演習問題 II (担当: 加藤雄介) 2010.07.15

II-1 等速円運動 質量  $1200\text{kg}$  のジェットコースターが鉛直面内にある半径  $20\text{m}$  の円弧上のコースの頂上を等速 ( $15\text{m/s}$ ) で通過するとき, 車体がレールから受ける力の大きさを求めよ.

II-2 等速円運動 図 1 のように質量  $1.0\text{kg}$  のおもりがたるみなく張ったひもで鉛直回転軸に結び付けられている. 上のひもの張力は  $35\text{N}$  である. (1) 下のひもの張力を求めよ. (2) おもりにはたらく合力を求めよ. (3) おもりの速さを求めよ. ただし鉛直回転軸は十分細く, その太さは無視できるものとする (図では誇張して描かれている).



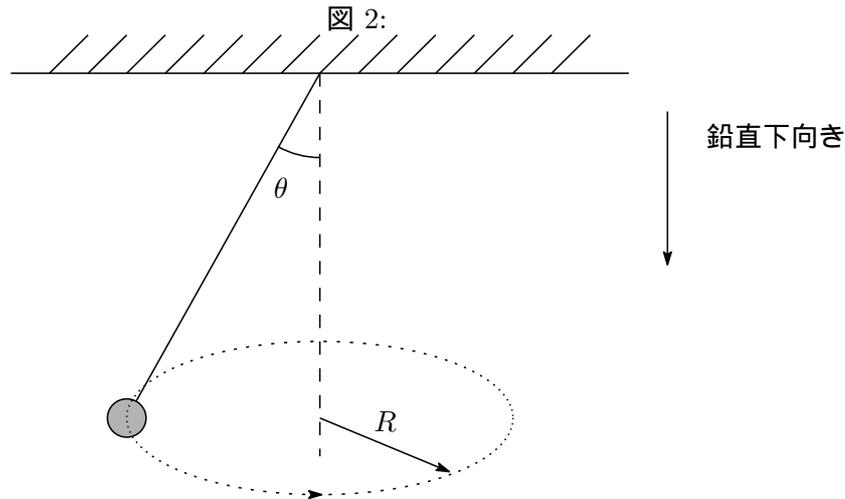
II-3 等速円運動 質量  $m$  の小さな物体が天井からひもで吊るされている. この物体は図 2 に示すようにひもが鉛直線に対して角度  $\theta$  を保つように一定の速さ  $v$  で半径  $R$  の水平な円軌道を回転する. 重力加速度の大きさを  $g$  として以下の間に答えよ.

1. 物体にかかる全ての力を図示せよ.
2. 物体の加速度の向きを図示せよ.
3. ひもの張力の大きさを  $m, g, \theta, R$  のうち必要なものを用いて表せ.
4. 物体の速さ  $v$  を  $m, g, \theta, R$  のうち必要なものを用いて表せ.
5. 物体の回転周期 (一周するのにかかる時間) を  $m, g, \theta, R$  のうち必要なものを用いて表せ.

ヒント  $x$  軸と  $y$  軸で張られる 2 次元平面において物体が原点を中心に半径  $R$  の等速円運動をするとき, 原点を基準として物体の位置ベクトル  $r$  は

$$r = R(\hat{x} \cos \omega t + \hat{y} \sin \omega t)$$

と表すことができる. ここで  $\hat{x}, \hat{y}$  はそれぞれ  $x$  方向,  $y$  方向の単位ベクトルであり,  $\omega$  は時間  $t$  に依存しない定数で, 角速度と呼ばれる.



II-4 等速円運動 水平な回転台の上に質量  $m$  の物体が乗っている (図 3 参照) . 物体表面と回転台の間の静止摩擦係数を  $\mu_s$  とする . 物体は回転軸から距離  $r$  の地点にあるものとし , 物体の大きさは十分小さいと考えてよいものとする . 回転台の角速度を  $\omega$  としたとき , 物体が回転台に対して滑り出さない最大の角速度  $\omega_M$  を求めよ .

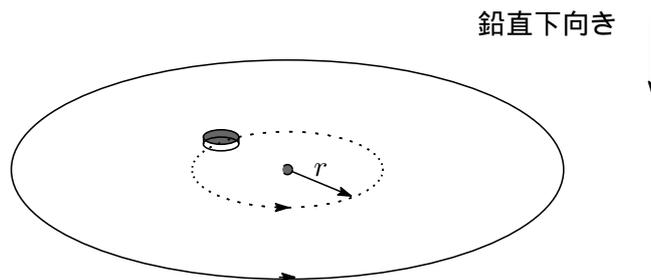


図 3: 回転台上の物体

II-5 ローター かつていくつかの遊園地ではローターと呼ばれる施設があった . 鉛直回転軸まわりで回転する中空の円筒のことである . 円筒の角速度  $\omega$  が十分速いと , 人は円筒の壁に押し付けられ , 床がなくても落ちることなく回り続ける装置である (図 4 参照) . 人の質量を  $M$  , 中空円筒の半径を  $r$  , 人と壁の静止摩擦係数を  $\mu_s$  とする . 以下人を質量  $M$  の物体で大きさは十分小さいとモデル化して問いに答えよ .

1. 人にかかる力をすべて挙げよ .
2. それらの力の図示せよ .
3. 人の加速度の大きさを求めよ .
4. 垂直抗力の大きさを求めよ .
5. 人が床に落ちることなく壁に押し付けられるために必要な角速度の最小値  $\omega_m$  を求めよ .
6.  $M=60\text{kg}$  ,  $\mu_s = 0.3$  ,  $r = 2.1\text{m}$  として  $\omega_m$  を求めよ .

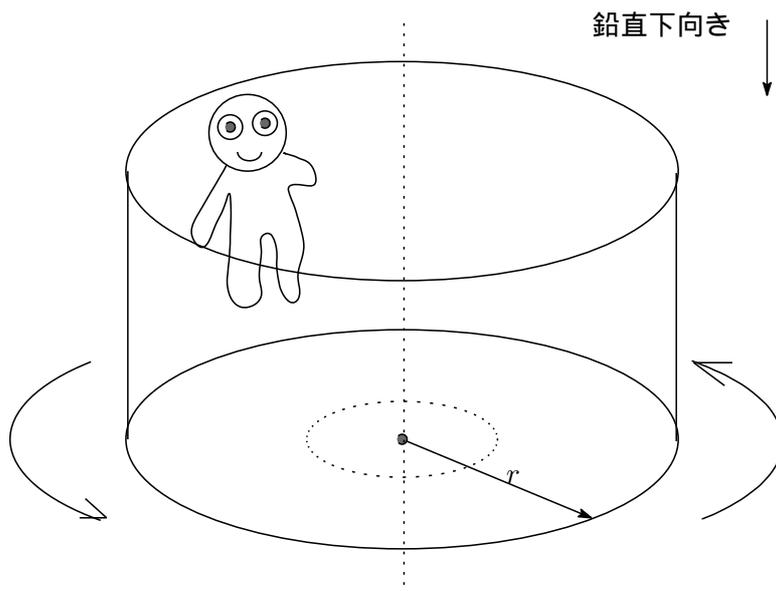


図 4: ローター

II-6 円筒面上の運動 図 5 のように半径  $R$  の円筒面上を運動する小さな物体があるとする．円筒面の中心軸は，鉛直方向に対して垂直であるとし，かつ物体は円筒面の中心軸に垂直な平面内で運動するものとする．図中の角度  $\theta$  は垂直抗力の方向と鉛直軸のなす角を表す．重力加速度を  $g$ ，物体の質量を  $m$  とする．物体と円筒面の間に摩擦は生じないものとする．

1. 面に垂直な方向の運動方程式と，接線方向の運動方程式を書け．  
ヒント：講義ノートの単振り子の運動方程式の箇所を参考にせよ．
2. 物体が図の位置にあるときの速さを  $v$  とするとき，垂直抗力の大きさ  $N$  を  $v, \theta, R, g, m$  のうち必要なものを用いて表せ．
3.  $\theta = 0$  の地点において速さ  $v_0$  を与えたところ， $\theta_0 \in (\pi/2, \pi)$  の地点において，物体は面から離れてしまった． $v_0$  を  $\theta_0, R, g, m$  のうち必要なものを用いて表せ．

II-7 力学的エネルギー保存則 ばね定数  $k = 65\text{N/m}$  の軽いばねに  $2.5\text{kg}$  の物体が付けられていた．ばねを摩擦のない水平面上で  $10\text{cm}$  伸ばしてから自由に振動させた．

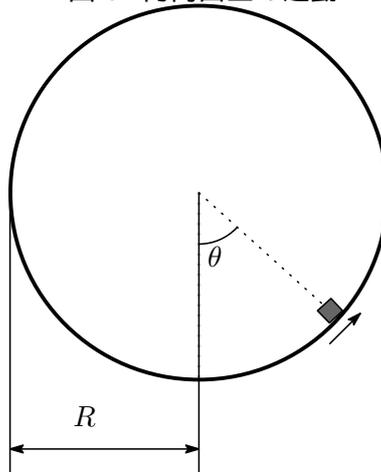
1. これにつけられた物体の運動エネルギーと弾性ポテンシャルエネルギーとが等しくなるのはいつか．
2. 物体がもつ速さの最大値はどれほどか？

II-8 孤立系で非保存力が仕事をする場合 質量  $50\text{kg}$  のパラシュート隊員が速さ  $144\text{km/h}$  で高度  $1000\text{m}$  を飛んでいる飛行機から飛び出た．パラシュートが開き，彼女は速さ  $8\text{m/s}$  で地上に降りた．この降下で空気の摩擦により生じた熱エネルギーは何  $\text{J}$  か．

II-9 完全弾性衝突 あるクレーターは質量  $5 \times 10^{10}\text{kg}$  の隕石が  $7200\text{m/s}$  の速さで地球に衝突してできたと考えられている．この衝突が正面衝突であったとすると地球の速さはどれだけ変化したか．

II-10 完全弾性衝突 静止した水素原子に電子が衝突した．衝突が一次元完全弾性衝突であったとすると，電子の初めの運動エネルギーのうちどれだけの割合が衝突後の水素の運動エネルギーになったか．

図 5: 円筒面上の運動



II-11 力積 スケートが摩擦のないアイスリンク上に静止している．客席からスケーターに対して垂直にぬいぐるみが投げ込まれた．このスケーターが最大の運動量を獲得するのは次のいずれかの場合か．(a) スケートがぬいぐるみを受け取って保持する場合 (b) スケートが受け取ったぬいぐるみを客席に投げ返す場合 (c) スケートがぬいぐるみを手に当てるものの取り損ねて，足元に落としてしまった場合

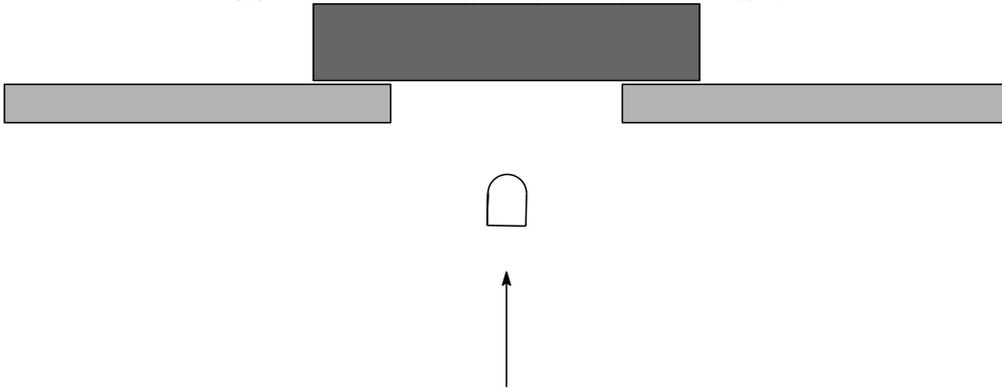
II-12 完全弾性衝突 図 6 のように，摩擦のない水平面に一直線に質量  $m$  のおもりが並んでいる．おもりが並んでできる直線上を速さ  $v$  で動く質量  $m$  の物体が，おもりのひとつと衝突した．おもりと物体の衝突，おもり同士の衝突は完全弾性衝突であるとし，始めの衝突から十分時間がたった時刻での運動の様子を簡潔に述べよ．



II-13 ブロックを貫通する弾丸 図 7 のように，質量  $5\text{kg}$ ，厚さ  $10\text{cm}$  のブロックに質量  $10\text{g}$  の弾丸が速さ  $1000\text{m/s}$  で真下から当たり，ブロックの中心を貫通して速さ  $400\text{m/s}$  でブロックから真上に飛び出した．重力加速度を  $g = 9.8\text{m/s}^2$  として以下の問に答えよ．

1. 弾丸がブロックを貫通する時間を評価せよ．その際，ブロックはほとんど動かないものとし，かつ弾丸はブロック内で等加速度運動をすると仮定してもよい．
2. ブロックを貫通する際に弾丸が失った運動量はいくらか．
3. 今の場合，衝突の間は重力を無視することができることを定量的に示せ．
4. 弾丸が貫通した直後のブロックの速さを求めよ．
5. 弾丸が貫通した後，ブロックがどれほどはねあがるか．その高さを求めよ．

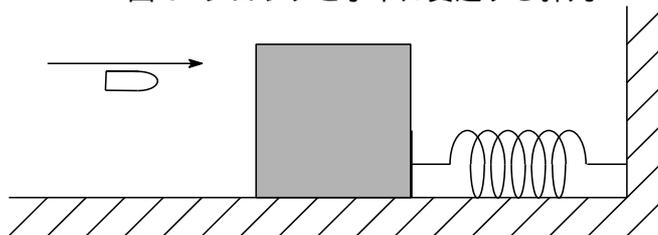
図 7: ブロックを鉛直上向きに貫通する弾丸



II-14 ブロックを貫通する弾丸 図 8 に示すように初速  $400\text{m/s}$  で弾丸（質量  $5\text{g}$ ，長さ  $1\text{cm}$ ）がブロック（質量  $1\text{kg}$ ，1 辺  $10\text{cm}$  の立方体）に命中し，これを貫通する．ブロックは始め摩擦のない水平面上に静止しており，ばね定数  $900\text{ N/m}$  のばねにつながれている．このブロックは弾丸命中後，右に距離  $5\text{cm}$  移動したあと，左に移動した．弾丸とブロックの衝突において，ばねの力は衝突力に比べて無視できるとしてよい．

1. 弾丸がブロックを飛び出した直後の，ブロックの速さを求めよ．
2. 弾丸がブロックを飛び出した直後の，弾丸の速さを求めよ．
3. 弾丸が受けた力積を求めよ．
4. 弾丸がブロック内で等加速度運動すると仮定し，ブロック内を貫通する時間を概算で求めよ．
5. 弾丸とブロックの衝突において，ばねの力を衝突力に比べて無視できるとした近似はどの程度の精度で正しいか．

図 8: ブロックを水平に貫通する弾丸



II-15 単振子を貫通する弾丸 弾丸（質量  $m$ ）が単振子（質量  $M$ ）に水平に打ち込まれ，貫通した（図 9 参照）．衝突直前の弾丸の速さは  $v$ ，衝突直後の速さは  $v/2$  であった．単振子のひもの長さを  $l$  とする．以下の問いに答えよ．

1. 弾丸がブロックの貫通した直後のブロックの速さ  $V_0$  を  $M, m, v$  のうち，必要なものを用いて表せ．
2. ブロックを吊るすひもが鉛直軸と  $\theta$  の角度をなすとき，ブロックの速さを  $M, V, m, g, l, \theta$  のうち必要なものを用いて表せ．

- 前問において、ブロックを吊るすひもの張力の大きさを  $M, V, m, g, l, \theta$  のうち、必要なものを用いて表せ。
- ひもがたるむことなくブロックが一回転するとき、 $V_0$  の取りうる最小値を求めよ。

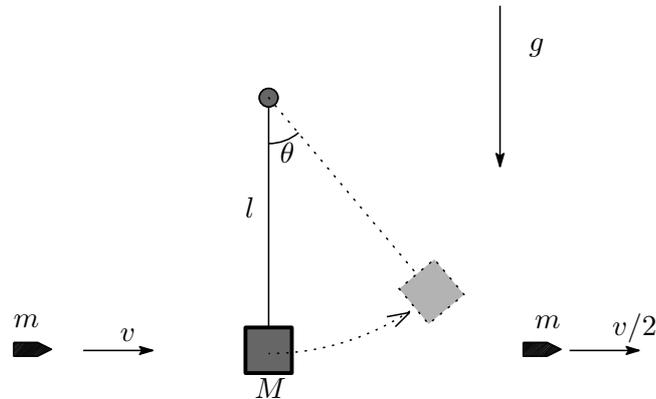


図 9: ブロックを水平に貫通する弾丸

II-16 単振り子と弾丸の完全非弾性衝突 質量  $M(=5.4\text{kg})$  のおもりが一本の長いひもでつり下げられている。質量  $m(=9.5\text{g})$ 、長さ  $d(=3.0\text{cm})$  の弾丸がおもりに水平に打ち込まれ、おもりの内部でとどまった(図 10 参照)。おもりと弾丸は一体となって右に振れて垂直方向の高さが  $h(=6.3\text{cm})$  だけ初期位置より高くなったところで一瞬静止し、そのあとに左に振れた。 $t_i$  を弾丸とおもりが衝突し始めた時刻、 $t_f$  を、弾丸がおもりに対して静止した時刻とする。衝突時間  $\Delta t = t_f - t_i$  が十分短いとし、 $t = t_f$  においてひもは鉛直軸に対してほぼ平行とみなしてよいとする。以下の問いに答えよ。

- 力学的エネルギーが保存している時間帯を以下から選べ。(ア)  $t < t_i$ , (イ)  $t_i < t < t_f$ , (ウ)  $t_f < t$
- $t = t_f$  において、おもりと弾丸の速さ  $v_f$  を求めよ。
- $t = t_i$  における、弾丸の速さ  $v_i$  を求めよ。
- $t_i < t < t_f$  においておもりはほぼ静止しているものとし、かつ弾丸はおもりに対して等加速度運動をしながら、距離  $d$  進んだところでおもりに対し静止するものと仮定して衝突時間のおおよその長さを求めよ(有効数字一桁でよい)。
- おもりが弾丸から受ける平均の衝突力の大きさを求めよ(有効数字一桁でよい)。
- 衝突中、おもりに作用する重力は衝突力に比べて無視できることを示せ。

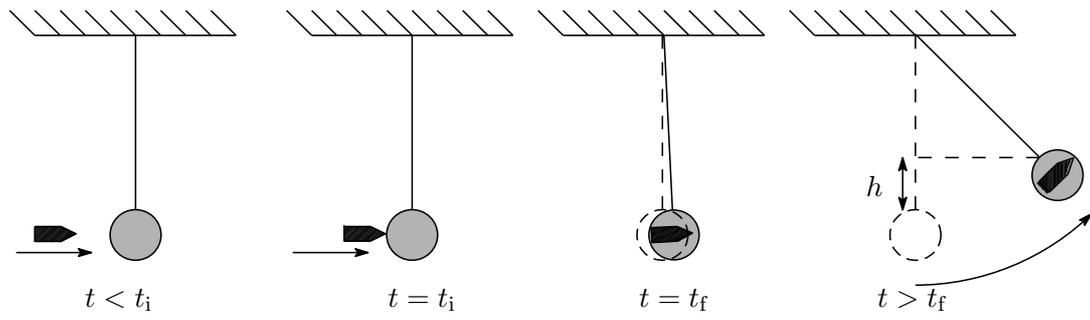


図 10: 単振り子と弾丸の完全非弾性衝突